

---

## Ensinar o conceito de derivada com o Geogebra

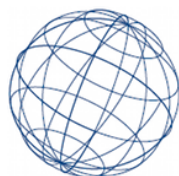
Versão 1.0, Dezembro de 2009

### Objectivo

Esta actividade é orientada para o professor que pretenda criar actividades para os alunos sobre a primeira derivada de uma função, recorrendo ao Geogebra. O código-fonte das construções apresentadas assim como as actividades exportadas tal como serão vistas pelos alunos podem ser encontradas na pasta Geogebra/fontes. Pretende-se que o aluno se possa inteirar do significado da derivada do seguinte modo:

- (A) arrastando um ponto de uma função e visualizando o valor do declive da recta tangente à função naquele ponto
- (B) com base na definição de derivada num ponto A, arrastar um ponto X até que no limite ele coincide com o ponto A, visualizando a recta que passa pelos dois pontos e o respectivo declive

### Créditos e Licença



**CIENCEDUC**  
EDUCAÇÃO PARA AS CIÊNCIAS

O projecto CIENCEDUC é uma iniciativa do Departamento de Ciências do Instituto Superior de Ciências da Saúde – Norte (ISCS-N) que visa a formação em Ciências fundamentais.

O ISCS-N é uma instituição do grupo CESPU.

Morada: Departamento de Ciências (ISCS-N), R. Central de Gandra, 1317, 4585-116 Gandra PRD, PORTUGAL

E-mail: [admin@cienceduc.com](mailto:admin@cienceduc.com)

Website: [www.cienceduc.com](http://www.cienceduc.com)

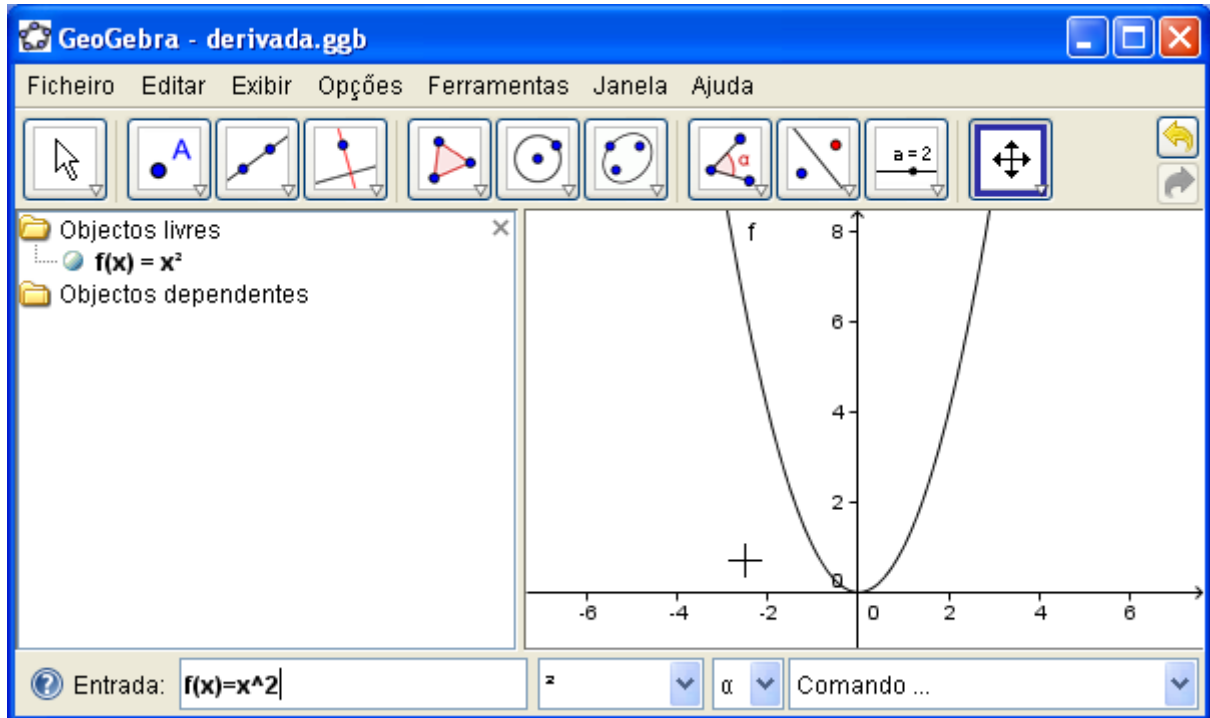
Telefone: 224 157 151

Licença deste documento: Creative Commons Attribution/Share-Alike 3.0

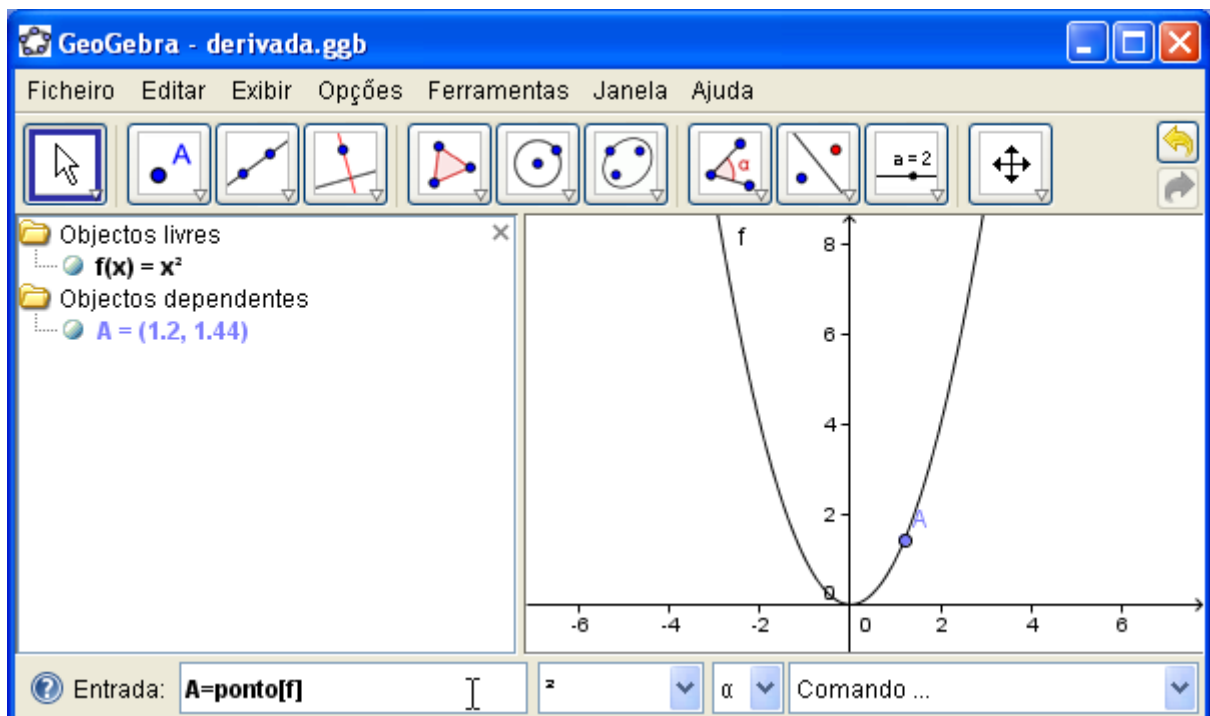
## Procedimento

A)

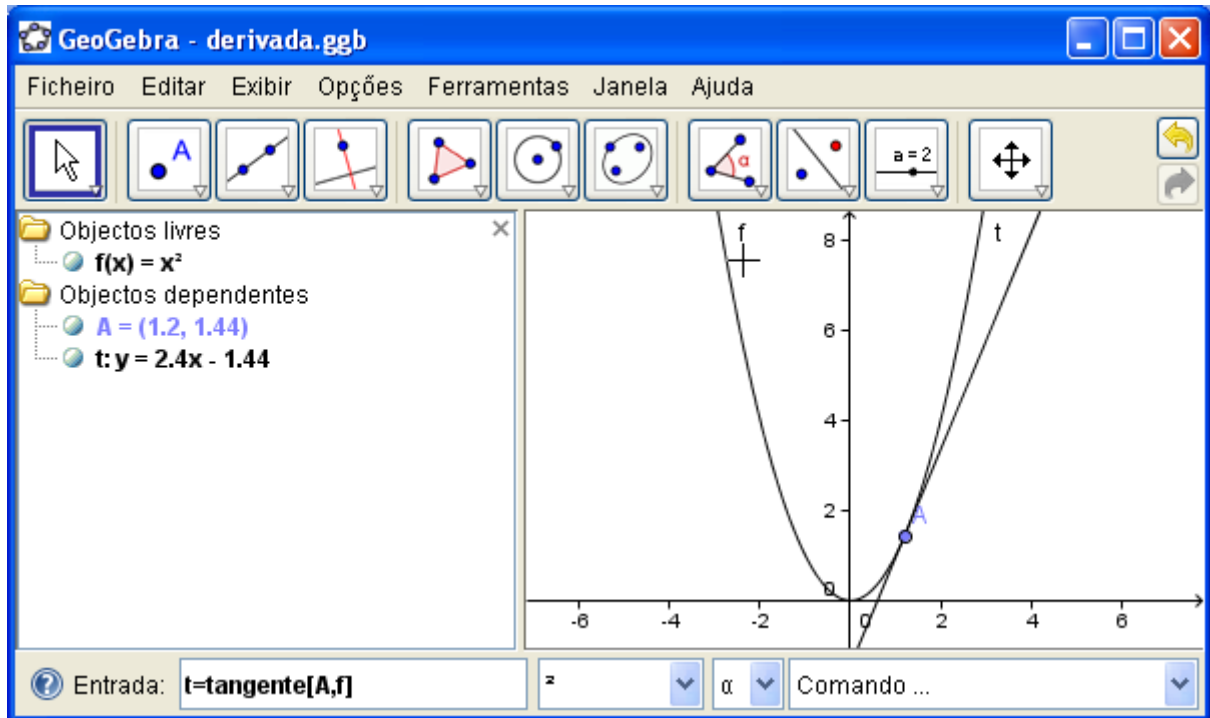
1. Comece por representar uma função, por exemplo,  $f(x)=x^2$ , digitando-a directamente na linha de comandos



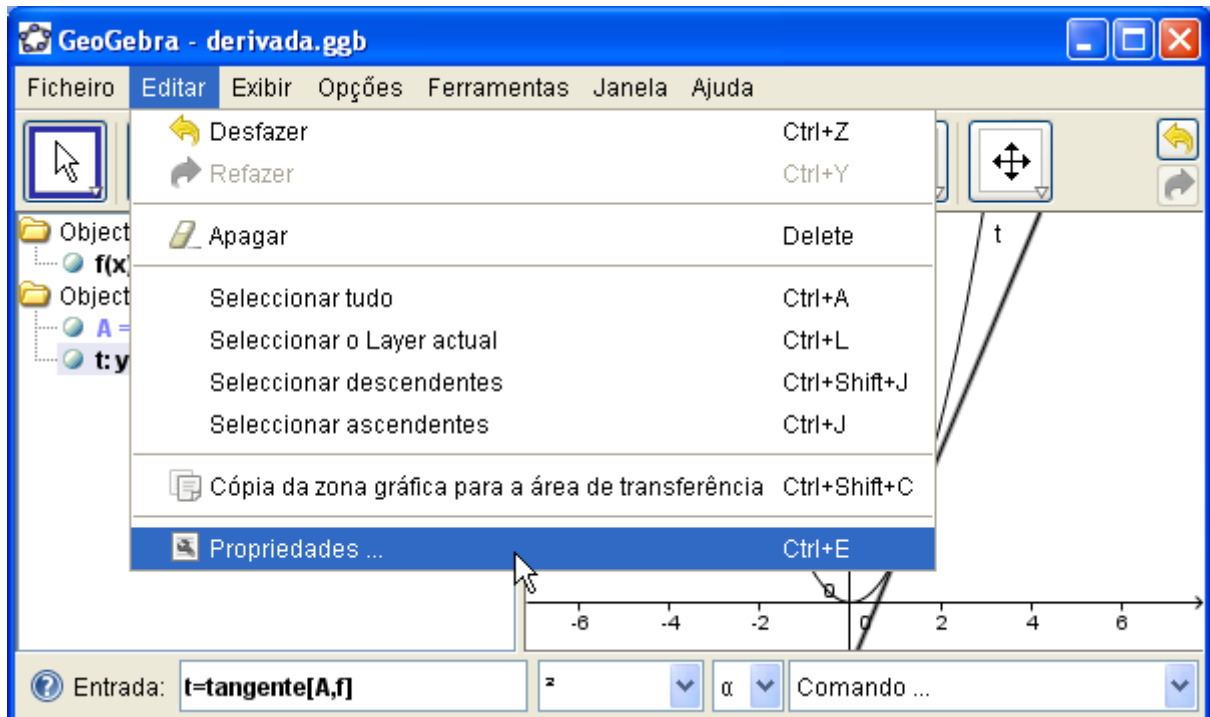
2. Em seguida, vamos adicionar um ponto a esta função, digitando na linha de comandos do Geogebra:  $A=\text{ponto}(f)$ . Este ponto pode ser arrastado para uma outra posição qualquer, ao longo da função  $f$ .

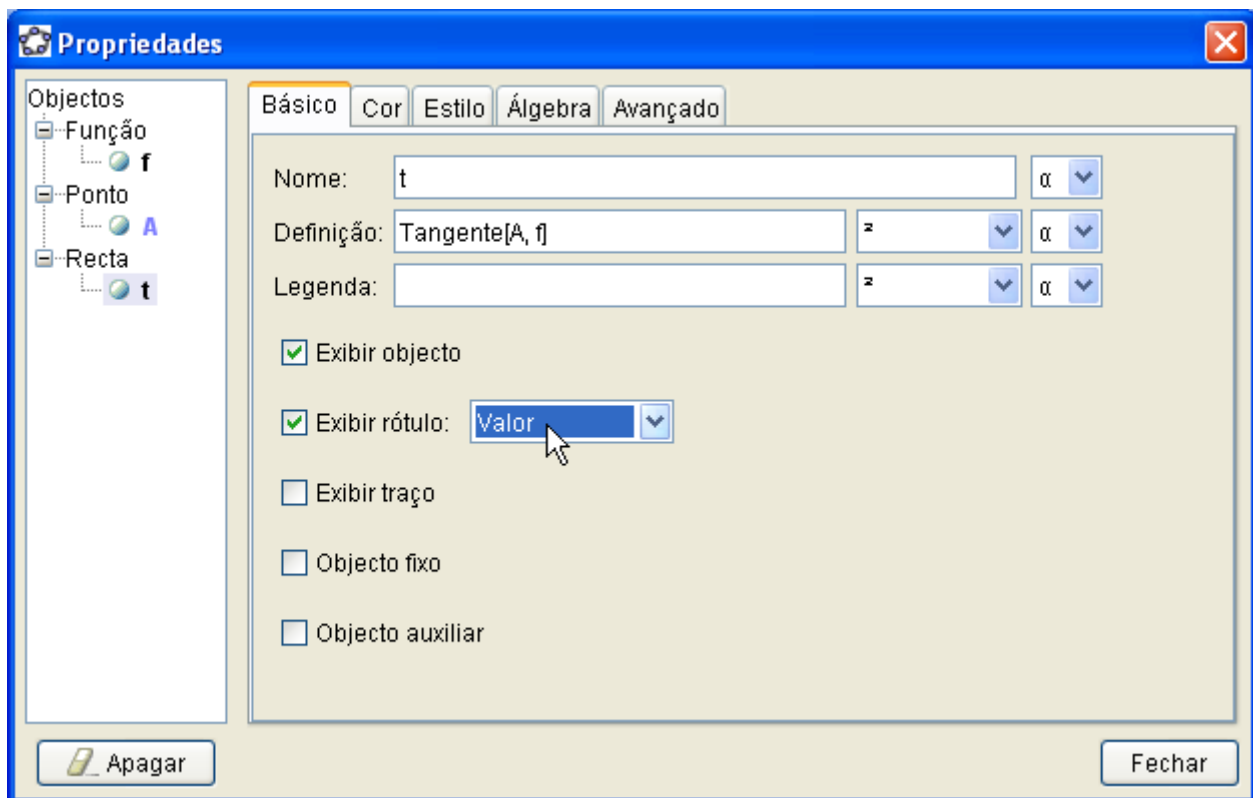


3. Adicionamos agora uma recta tangente a  $f$  no ponto  $A$ , escrevendo na linha de comandos do Geogebra:  $t=tangente[A,f]$ .

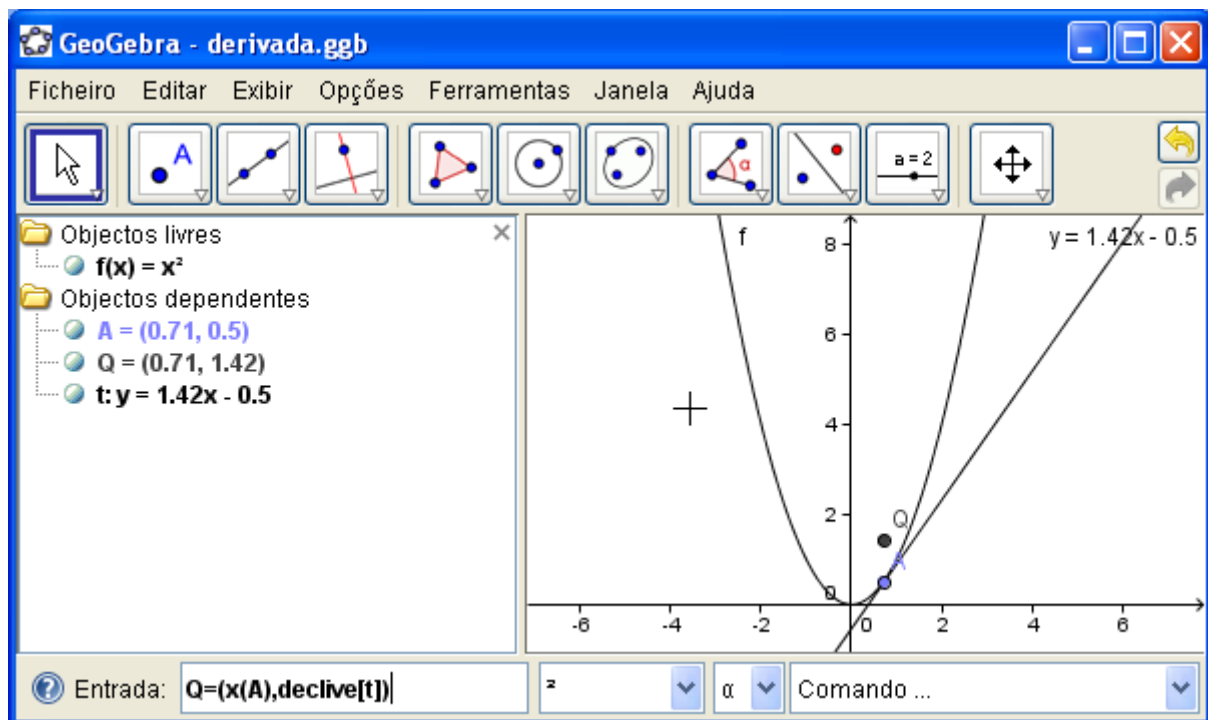


4. Para mostrarmos a equação da recta na zona gráfica, seleccionamos a recta e escolhemos "Propriedades", "Rótulo", "Exibir Valor"

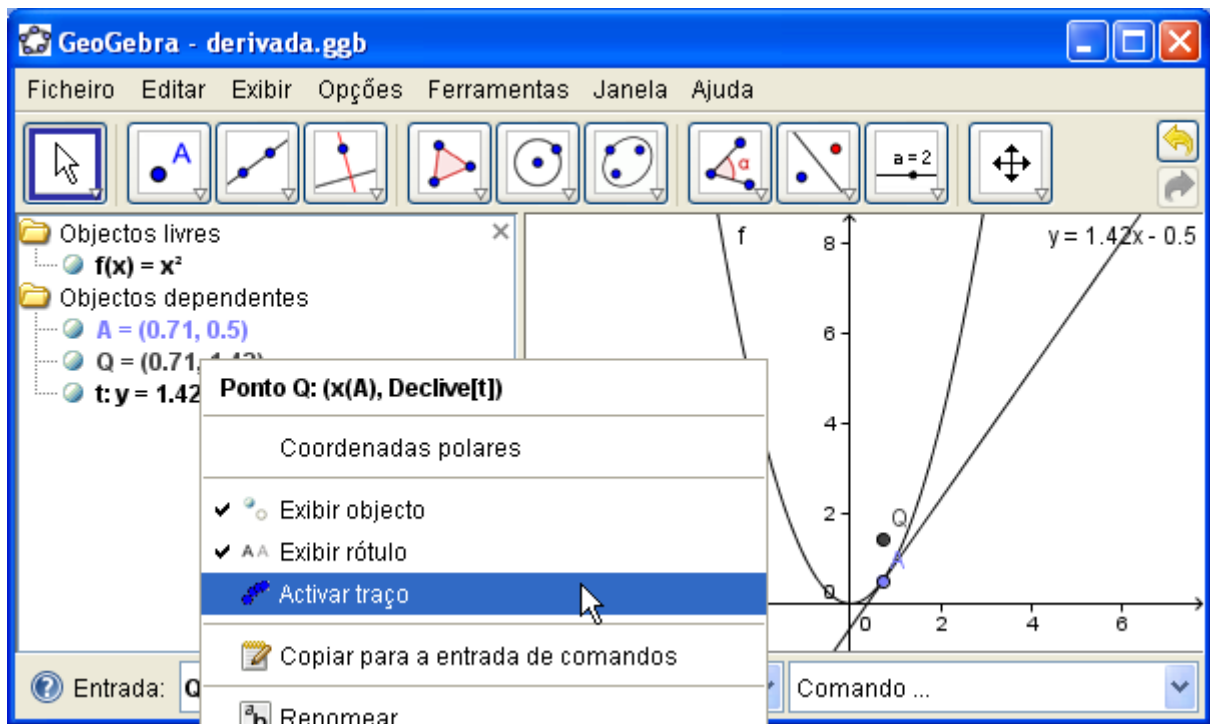




5. Agora, adicionamos um ponto, Q, cuja abcissa é igual à abcissa de A e ordenada igual ao declive da recta tangente t no ponto A. Para isso escrevemos na linha de comandos:  $Q=(x(A),\text{declive}[t])$

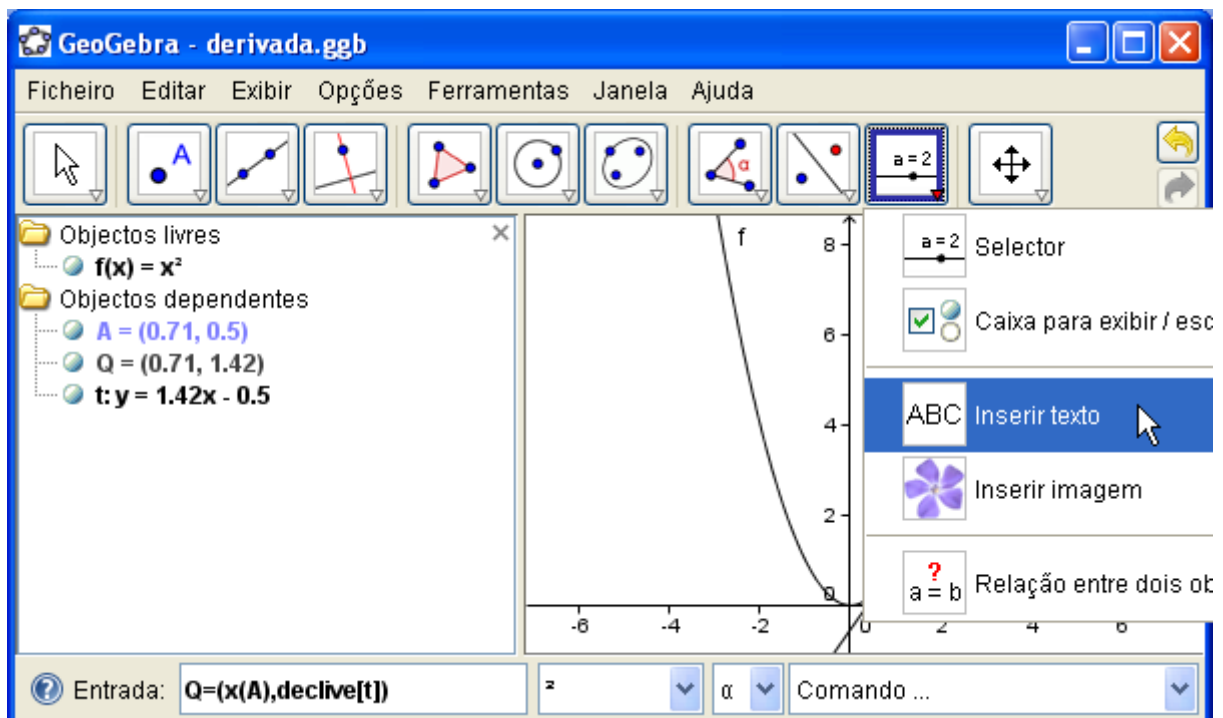


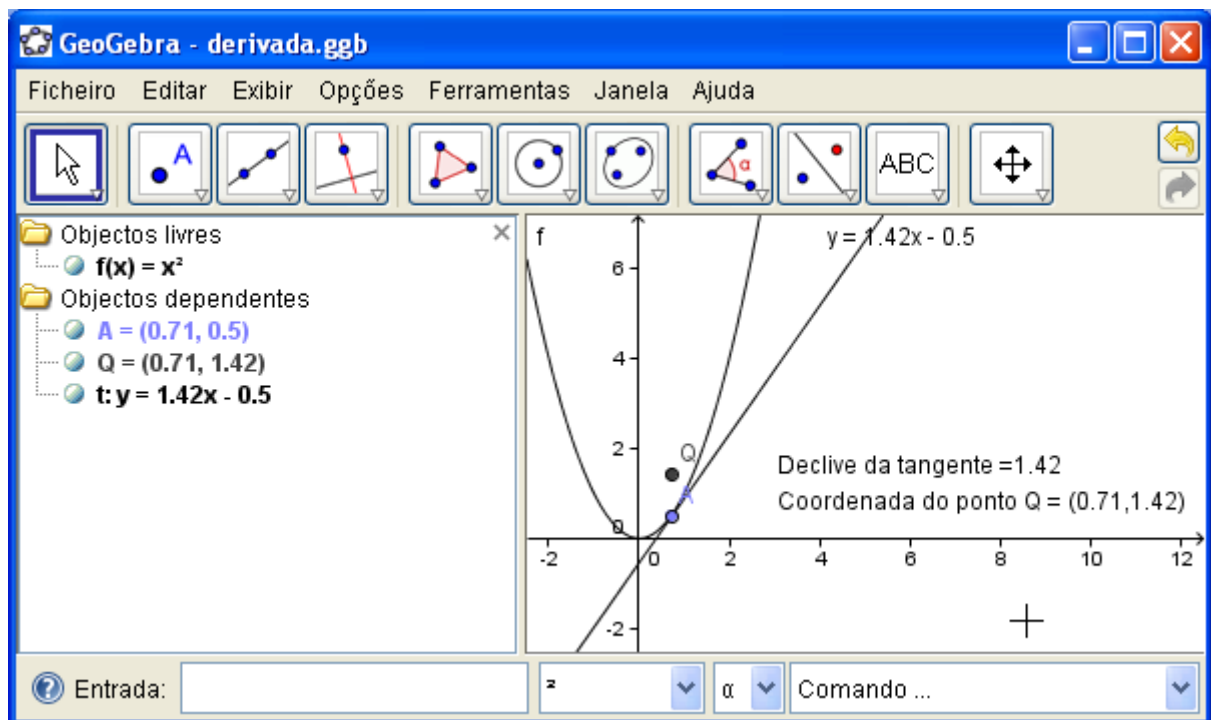
6. Pretende-se que o ponto Q deixe um rasto de forma a transmitir ao aluno como é construída a função derivada. Para isso clique com o botão direito do rato em cima do ponto Q ou na sua definição na zona algébrica e escolha “Activar traço”.



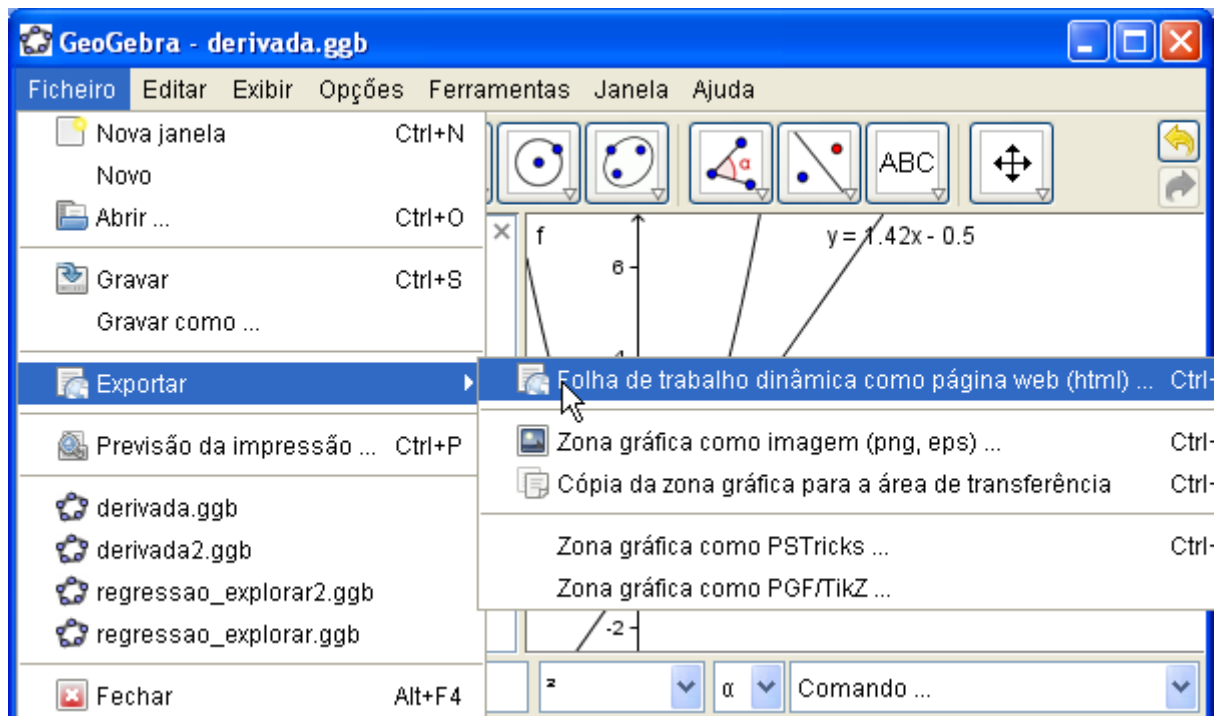
7. Para ser mais fácil de perceber as coordenadas dos pontos Q e o valor do declive da recta tangente a f no ponto A, escolha “Inserir texto”. Na janela de diálogo que surge, digitamos

"Declive da tangente =" + (Declive[t]) + "  
 Coordenada do ponto Q = (" + (x(Q)) + "," + (y(Q))) + ")"





8. Vamos agora exportar a actividade como uma página Web para o aluno poder explorar no seu navegador. Como não pretendemos que o aluno veja a “Zona Algébrica” desactive-a no menu “Exibir”, “Zona Algébrica”. Depois, escolha “Ficheiro”, “Exportar”, “Folha de trabalho dinâmica”.



9. Na janela de diálogo que surge, vamos preencher diversos dados, nomeadamente os passos que queremos que o aluno siga na realização da actividade:

Exportar: Folha de trabalho dinâmica (html)

Título:

Autor:  Data:

Geral **Avançado**

Texto antes da construção:

O gráfico seguinte apresenta a função  $f(x)=x^2$  e uma recta tangente à função  $f$  no ponto A.

Folha de trabalho dinâmica  Botão para abrir janela da aplicação com construção

Texto depois da construção:

1. Arraste lentamente o ponto A .

2. Verifique que o declive da recta tangente à função  $f$  no ponto A é representado pela ordenada de Q.

3. Derive numa folha de papel a função  $f(x)=x^2$  e compare com o trajecto desenhado pelo ponto Q.

Exportar Cancelar

10. No separador Avançado vamos alterar o tamanho da janela para 900 x 440.

Exportar: Folha de trabalho dinâmica (html)

Título:

Autor:  Data:

Geral **Avançado**

**Funcionalidade**

Activar a possibilidade de seleccionar com o botão direito do rato

Activar a possibilidade de deslocar os rótulos

Exibir o ícone para refazer a construção

Pode abrir a janela da aplicação, clicando duas vezes na zona gráfica.

**Interface do utilizador**

Exibir a barra de menus

Exibir a barra de ferramentas

Exibir a ajuda para as ferramentas

Exibir a barra de comandos

Largura:  Altura:

**Java Applet**

archive = "http://www.geogebra.org/webstart/3.2/geogebra.jar"

Exportar Cancelar

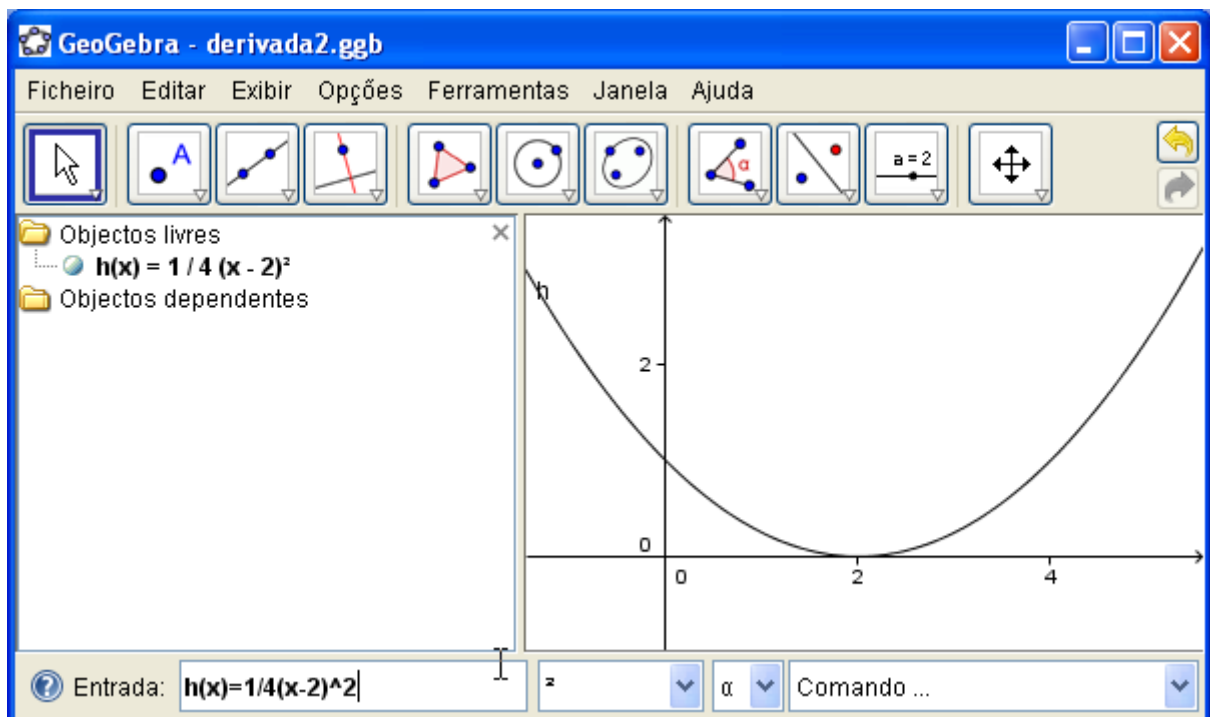
11. Depois de exportar a actividade para uma dada pasta, o seu navegador web deverá entretanto abrir a actividade tal como será vista pelo aluno. Grave também o trabalho até agora feito no ficheiro derivada\_explorar.ggb.

B)

12. A construção seguinte passará pela utilização da definição da derivada num ponto

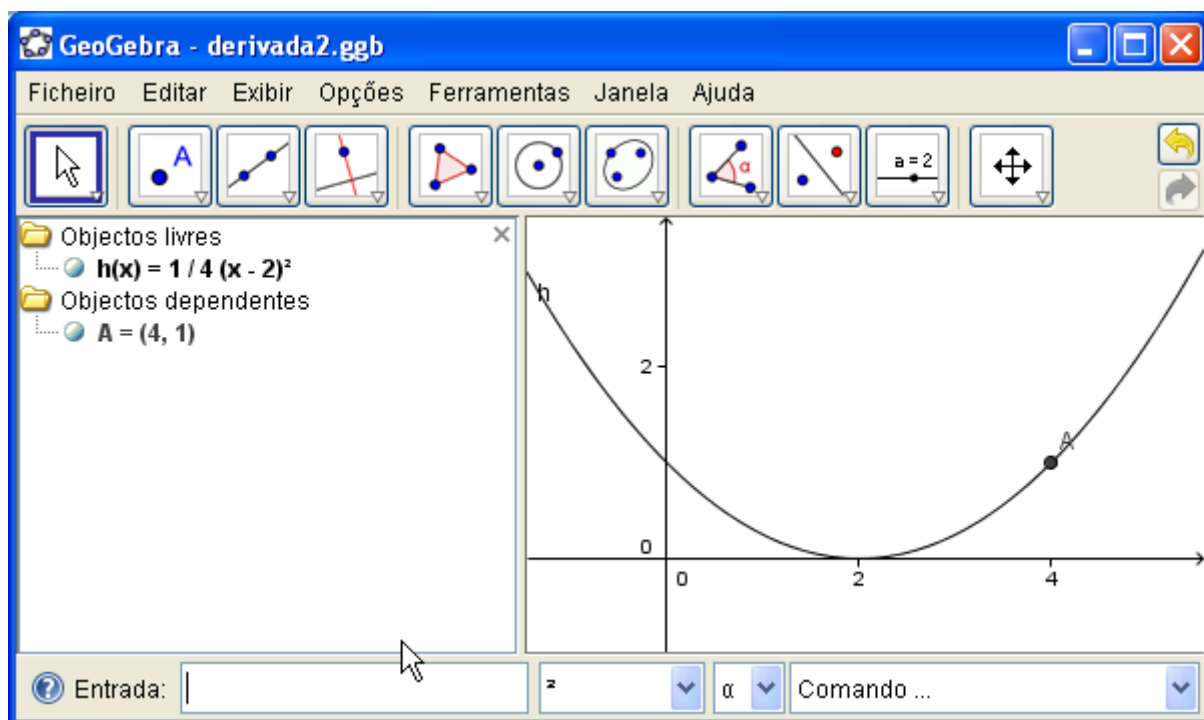
$$h'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{h(x) - h(a)}{x - a}$$

Digite uma função, por exemplo,  $h(x) = 1/4(x-2)^2$

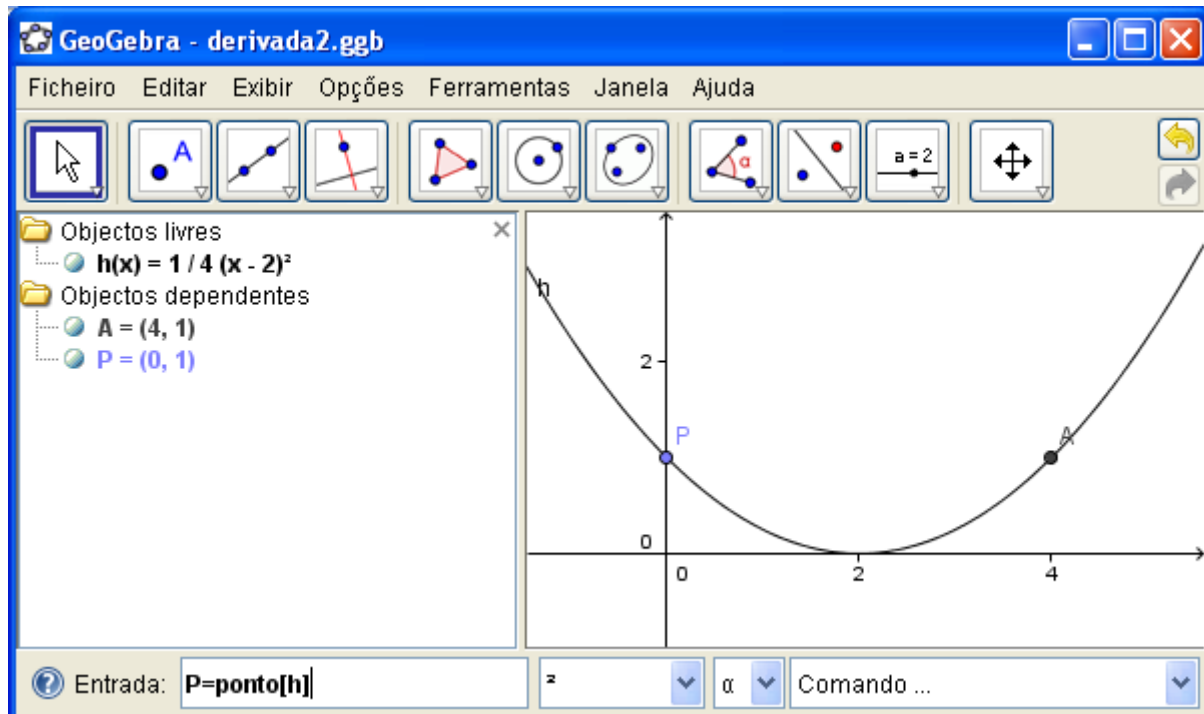


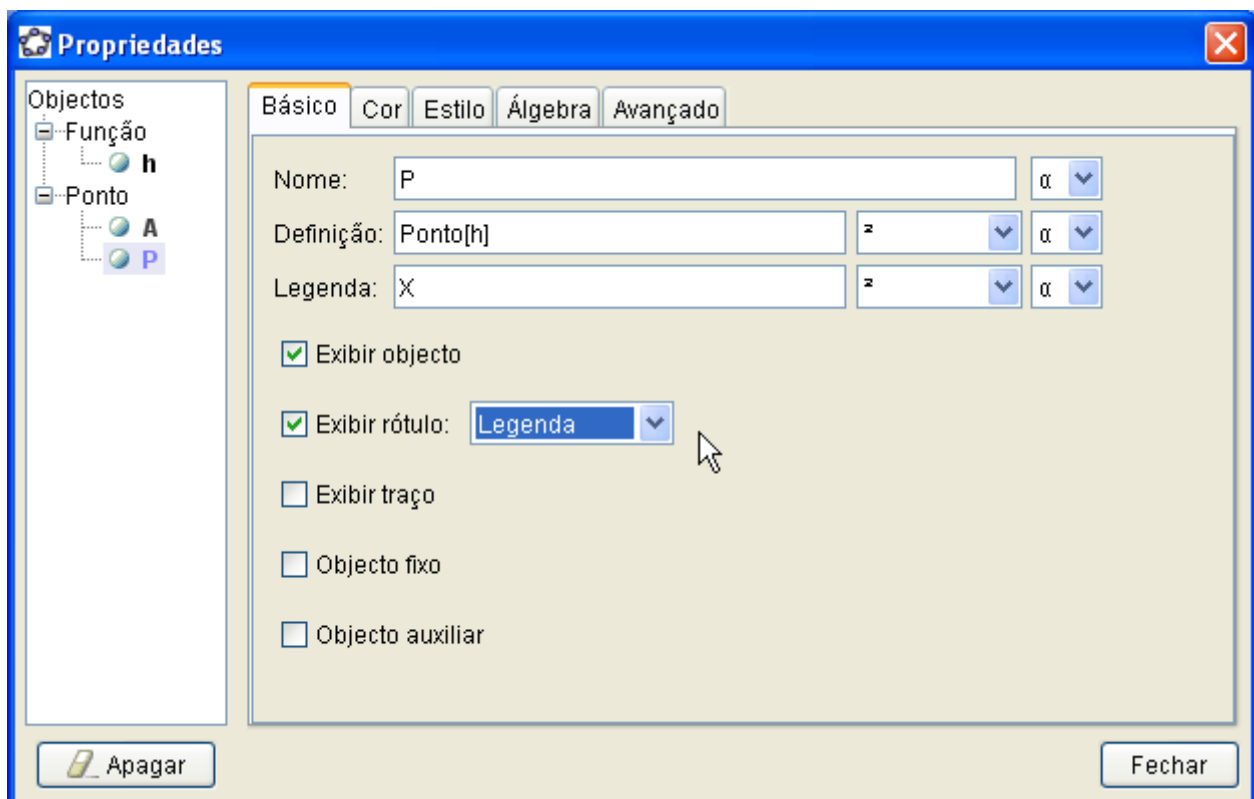
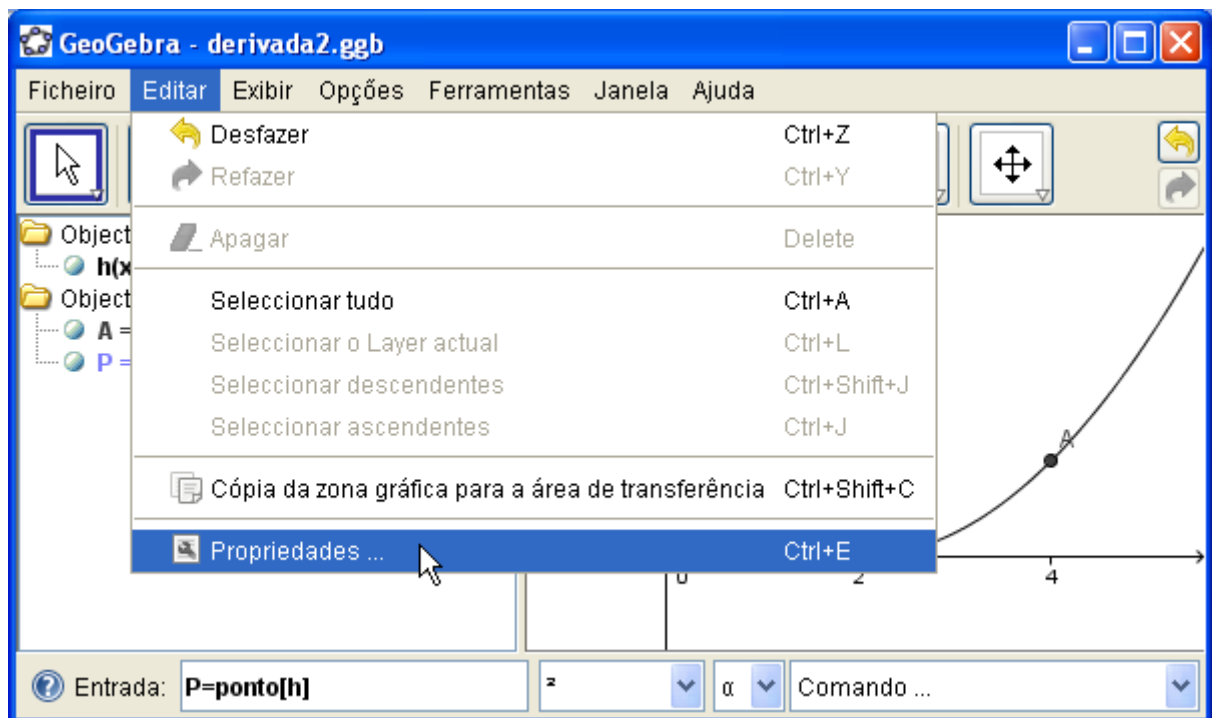
13. Adicionemos um ponto A à função f, ponto onde queremos calcular a derivada e que será fixo, de abcissa 4 e ordenada  $h(4)$ , digitando na linha de comandos do Geogebra:  $A=(4,h(4))$



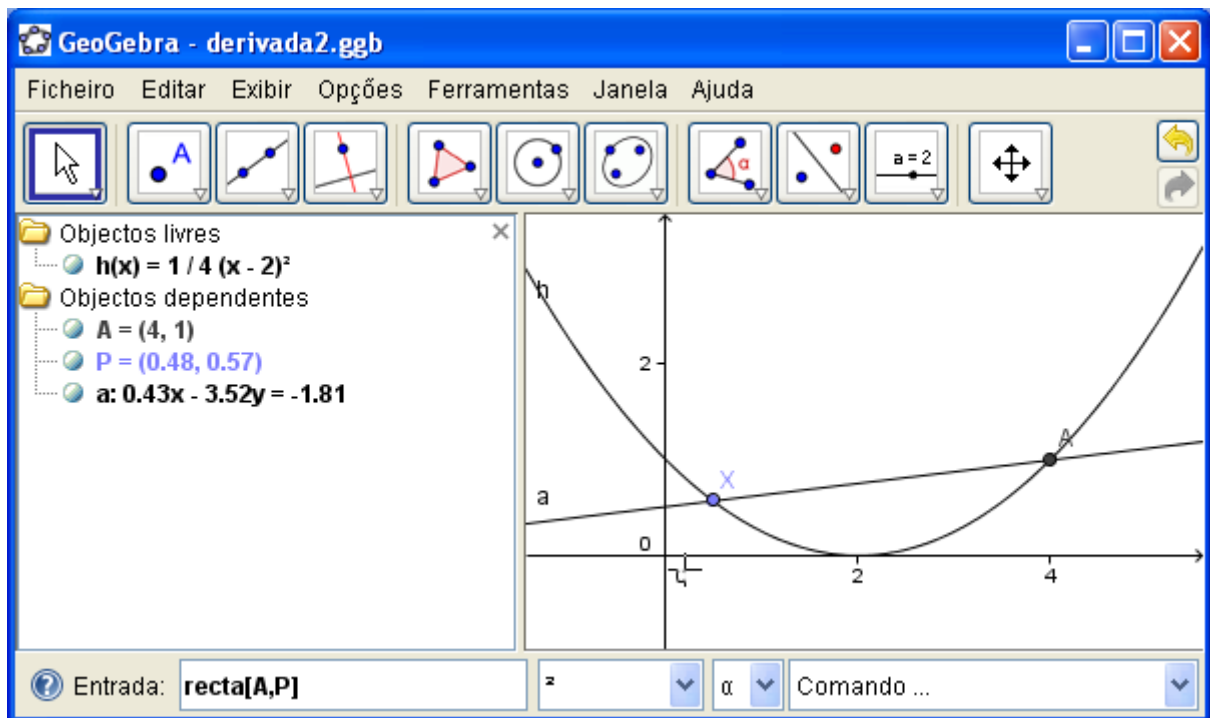


14. Em seguida, adicionamos um ponto móvel na função  $h$  com o comando:  $P=\text{ponto}[h]$ . Clicando com o botão direito do rato em cima do ponto  $P$  ou da sua definição, ou escolhendo "Propriedades" no menu "Editar" surge uma janela de diálogo e na "Legenda" digitamos "X" e em "Exibir Rótulo" a opção "Legenda".

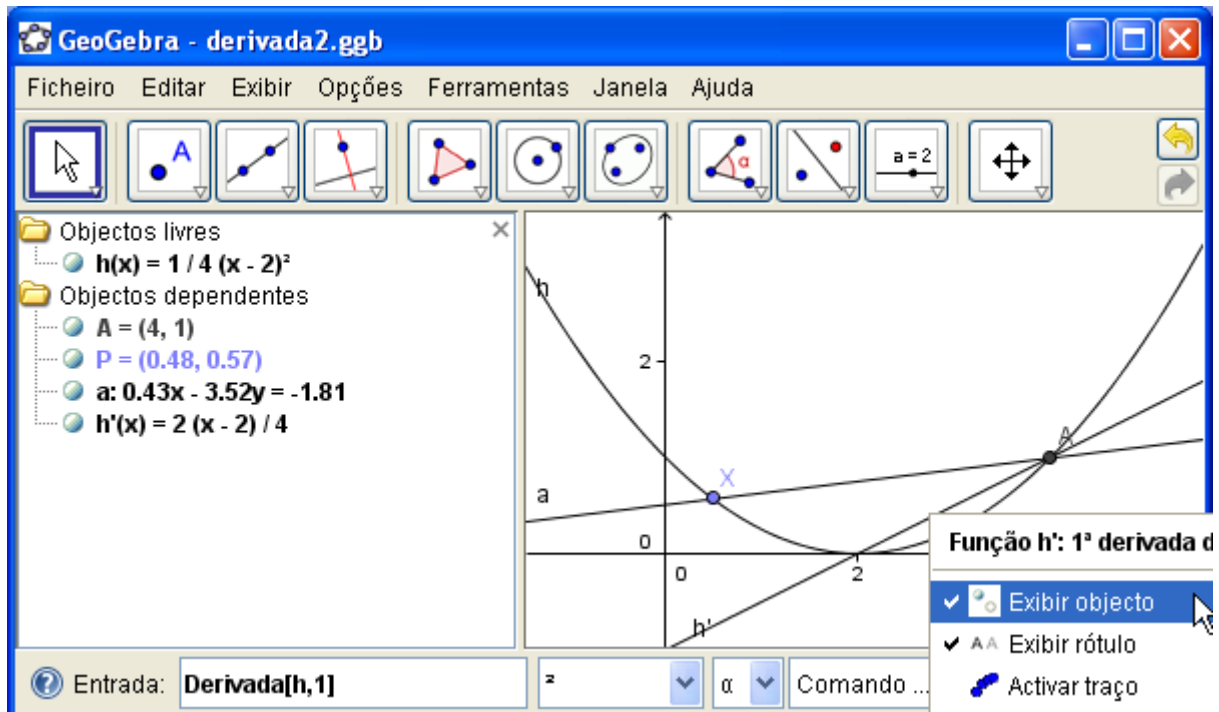




15. Adicionamos uma recta que passa pelo ponto A e pelo ponto P com o comando: `recta[A,P]`



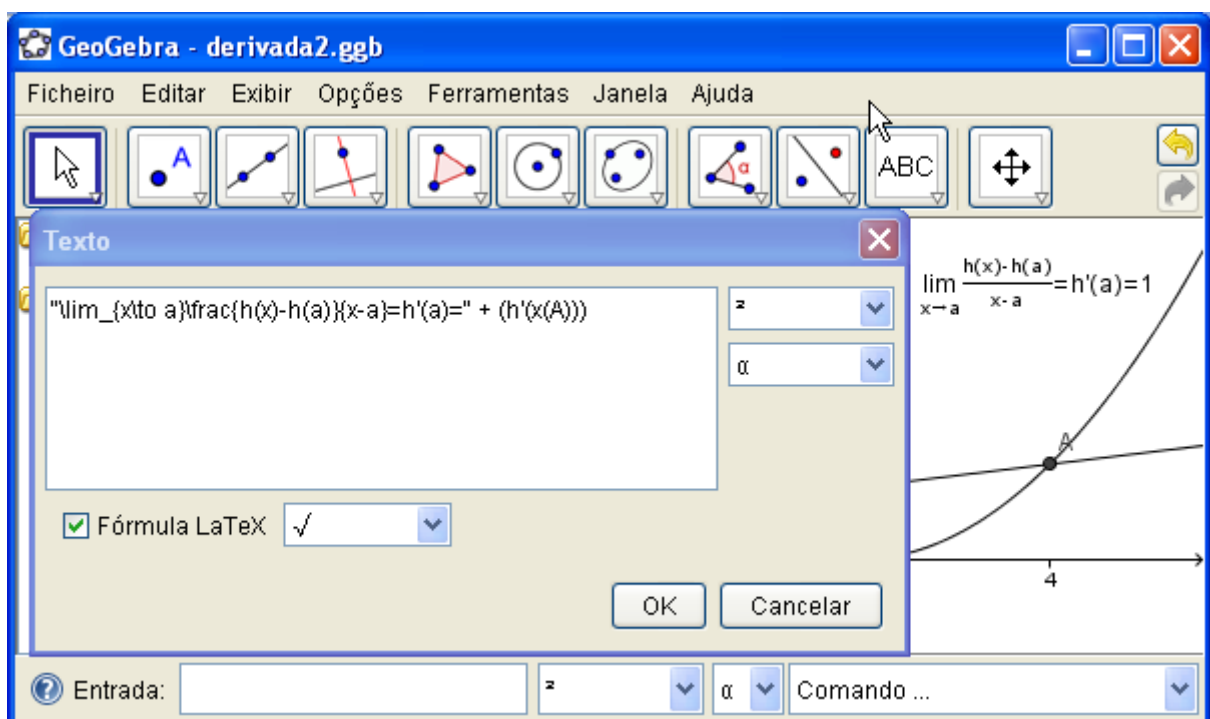
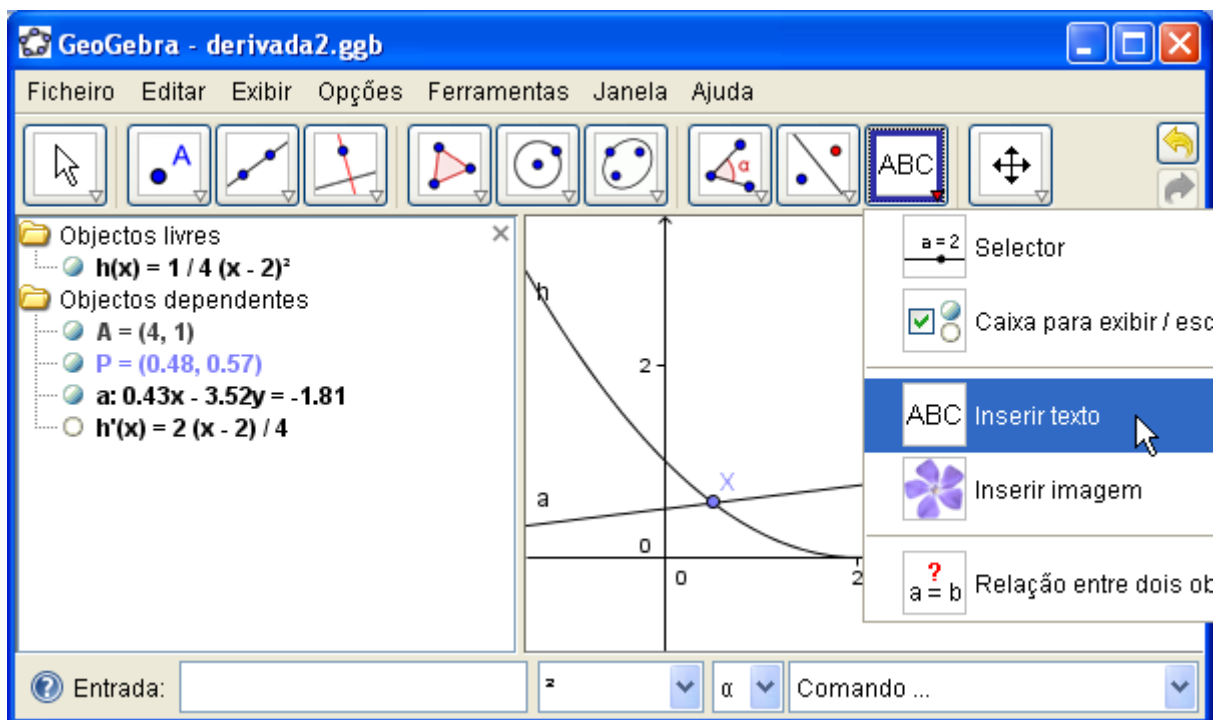
16. Criamos a primeira derivada da função  $h(x)$  com o comando: `Derivada[h,1]`. Escondemos em seguida a derivada da zona gráfica desactivando "Exibir Objecto".



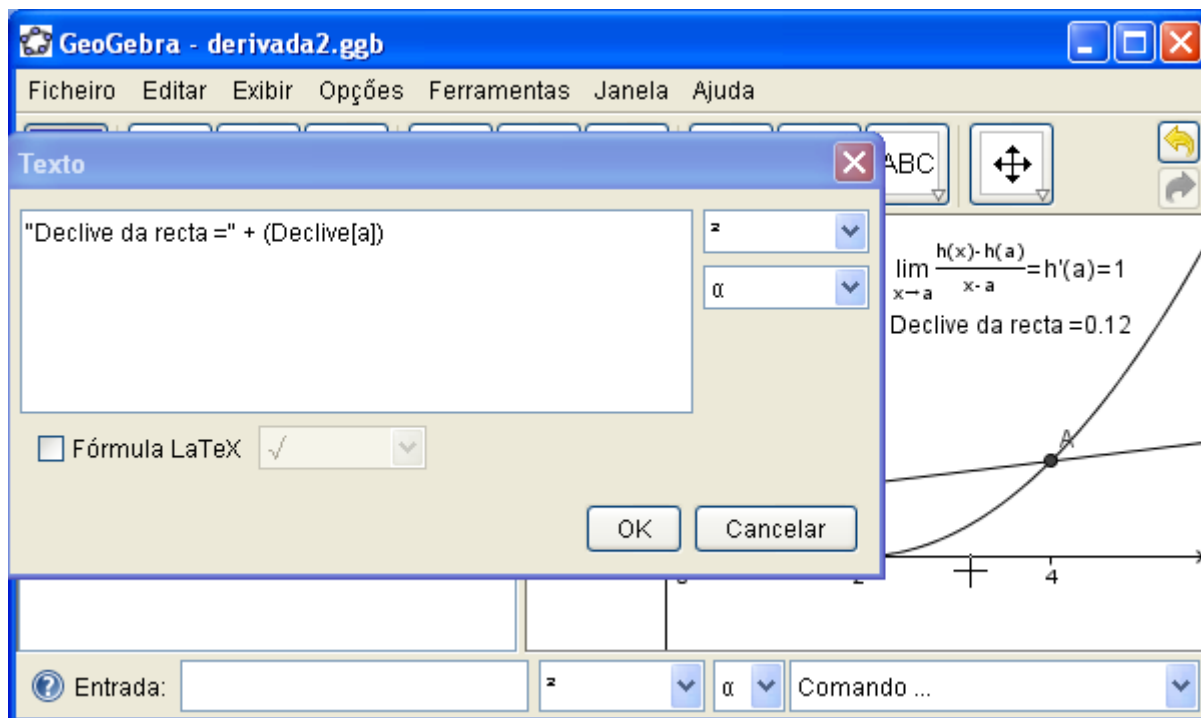
17. Falta apenas adicionar texto que contém o valor da derivada no ponto A e o valor do declive da recta criada. Para isso, escolha “Inserir Texto” e digite:

`"\lim_{x\to a}\frac{h(x)-h(a)}{x-a}=h'(a)=" + (h'(x(A)))`

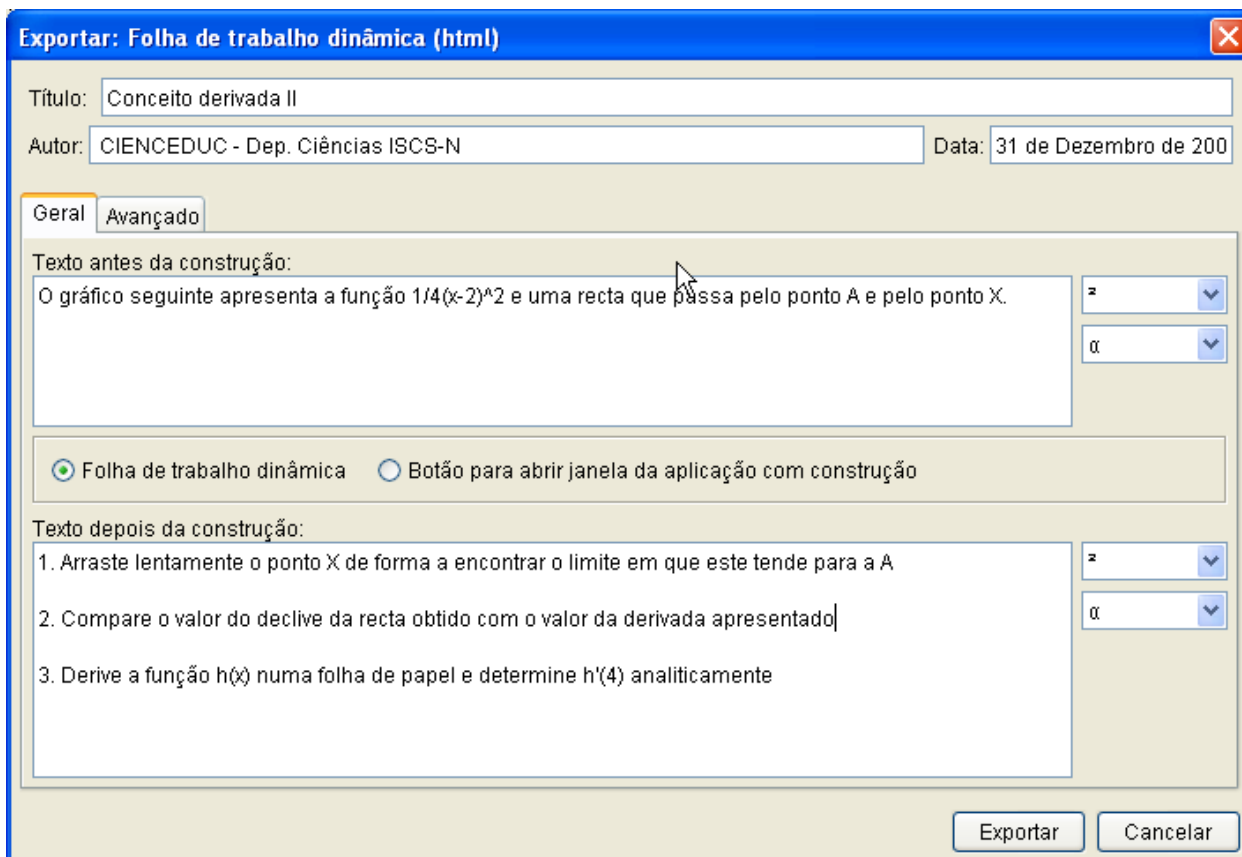
Note que se utilizou notação “LaTeX” para introduzir uma fórmula matemática. Para aprender mais sobre a escrita em LaTeX veja por exemplo a hiperligação <http://www.latex-project.org/guides/>

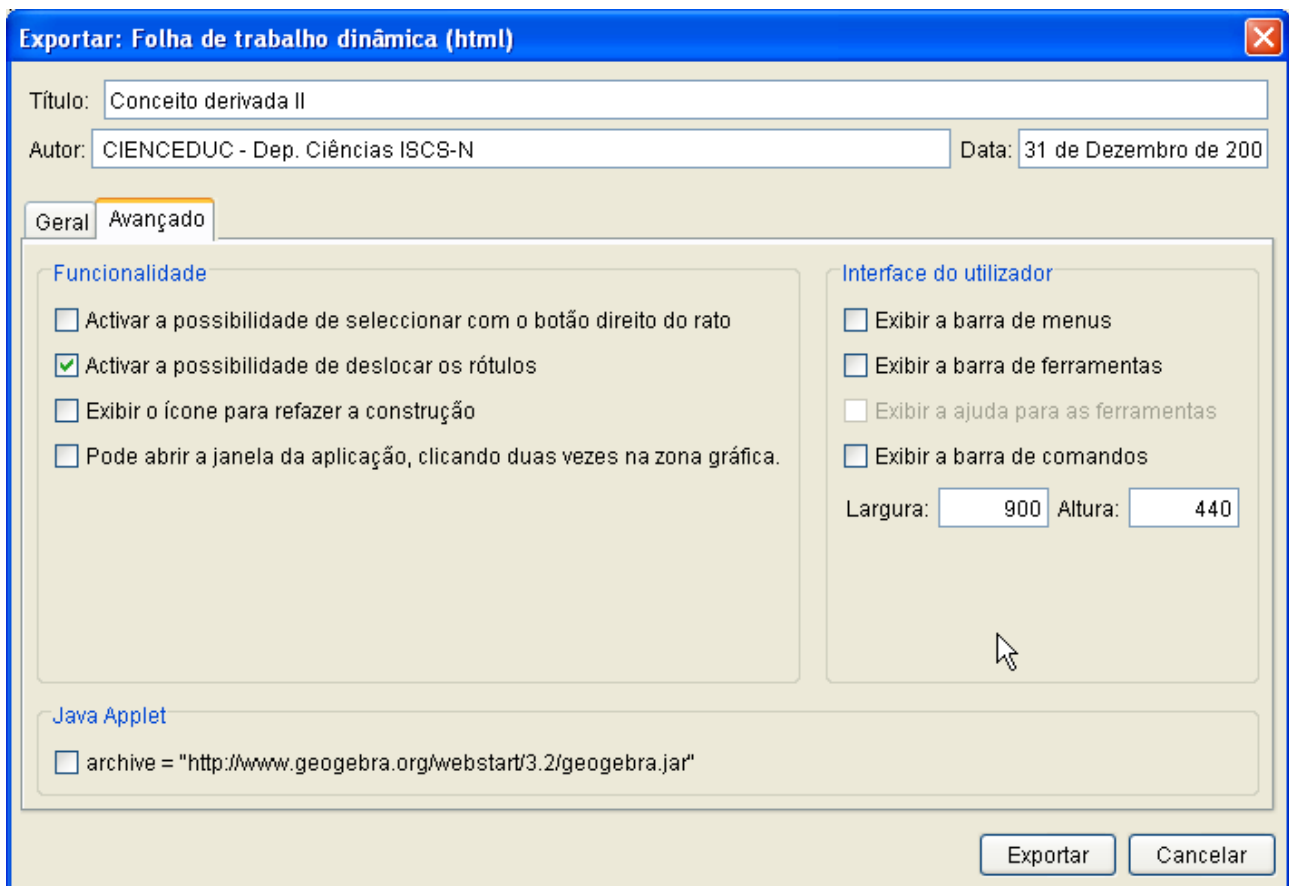


Escolha novamente “Inserir Texto” e digite:  
 "Declive da recta =" + (Declive[a])



18. Desactive “Exibir → Zona Algébrica” Exportamos a actividade para uma folha dinâmica com texto semelhante ao seguinte, definindo o tamanho da folha no separador “Avançado”.





19. Depois de exportar a actividade para uma dada pasta, o seu navegador web deverá entretanto abrir a actividade tal como será vista pelo aluno. Grave também o trabalho até agora feito no ficheiro derivada\_explorarII.gdb

**FIM**