

---

# Ensinar o conceito de regressão linear com o Geogebra

Versão 1.0, Dezembro de 2009

## Objectivo

Esta actividade é orientada para o professor que pretenda criar actividades para os alunos sobre regressão linear, recorrendo ao Geogebra. O código-fonte das construções apresentadas assim como as actividades exportadas tal como serão vistas pelos alunos podem ser encontradas na pasta Geogebra/fontes. Pretende-se que o aluno se possa inteirar do significado de uma regressão linear do seguinte modo:

- (A) inicialmente, o aluno pode mover pontos experimentais e verificar qual é o efeito na recta que melhor ajusta os pontos;
- (B) em seguida, a recta é fixa e uma variação nos pontos experimentais reflecte-se nas distâncias quadradas à recta, que aumentam ou diminuem;
- (C) depois, uma vez fixos os pontos, o aluno tentará ajustar o declive da recta e a ordenada na origem de forma a minimizar o erro do ajuste;
- (D) para finalizar, compara o resultado das suas tentativas com aquele obtido pela regressão linear.

## Créditos e Licença



**CIENCEDUC**  
EDUCAÇÃO PARA AS CIÊNCIAS

O projecto CIENCEDUC é uma iniciativa do Departamento de Ciências do Instituto Superior de Ciências da Saúde – Norte (ISCS-N) que visa a formação em Ciências fundamentais.

O ISCS-N é uma instituição do grupo CESPU.

Morada: Departamento de Ciências (ISCS-N), R. Central de Gandra, 1317, 4585-116 Gandra PRD, PORTUGAL

E-mail: [admin@cienceduc.com](mailto:admin@cienceduc.com)

Website: [www.cienceduc.com](http://www.cienceduc.com)

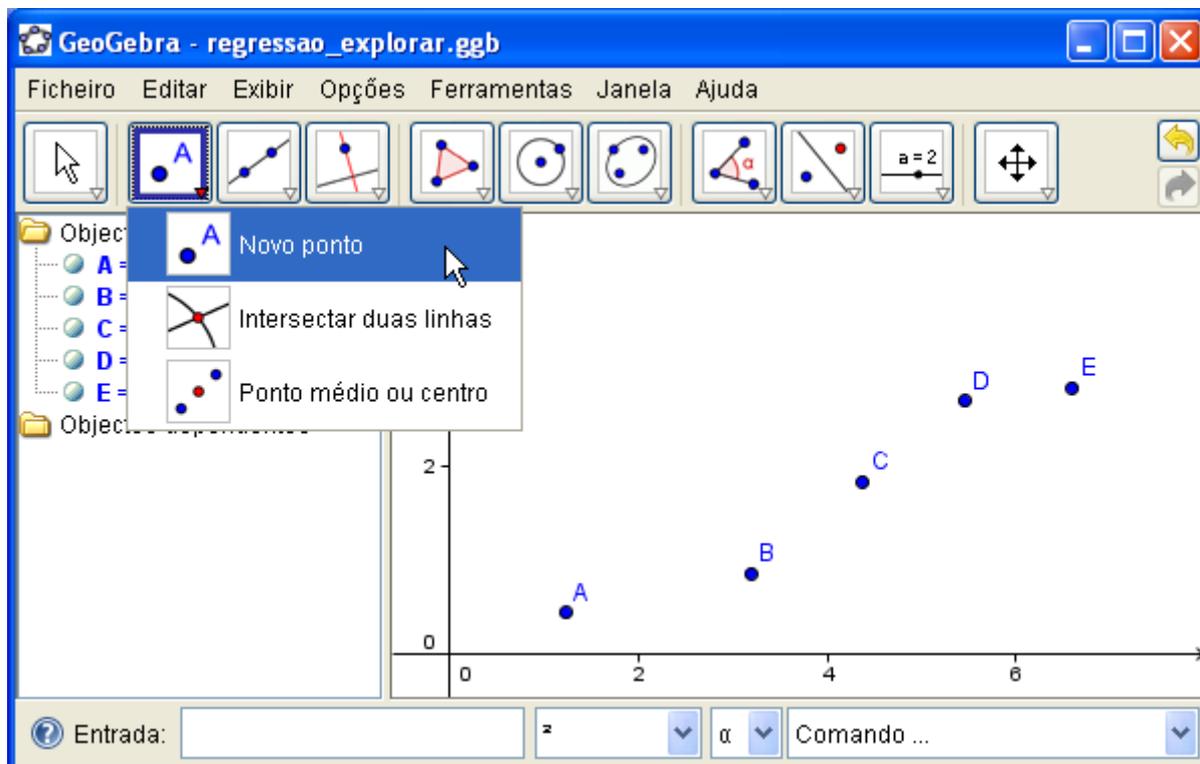
Telefone: 224 157 151

Licença deste documento: Creative Commons Attribution/Share-Alike 3.0

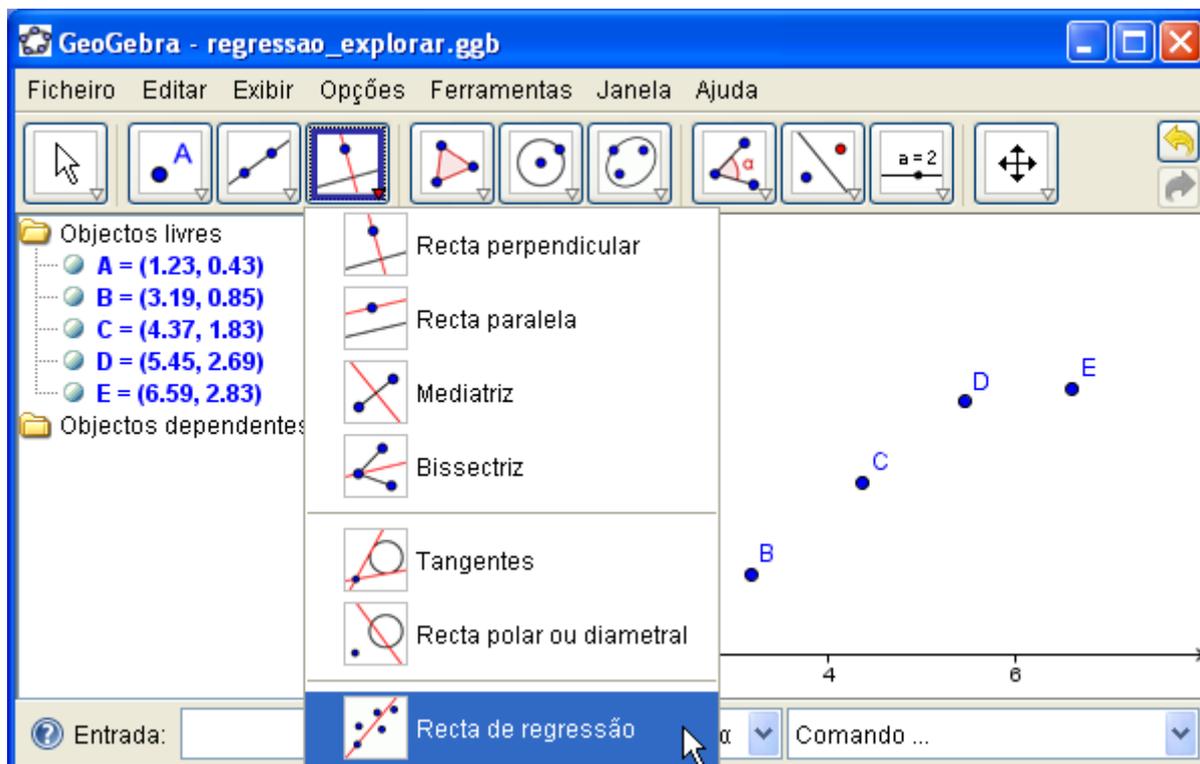
## Procedimento

A)

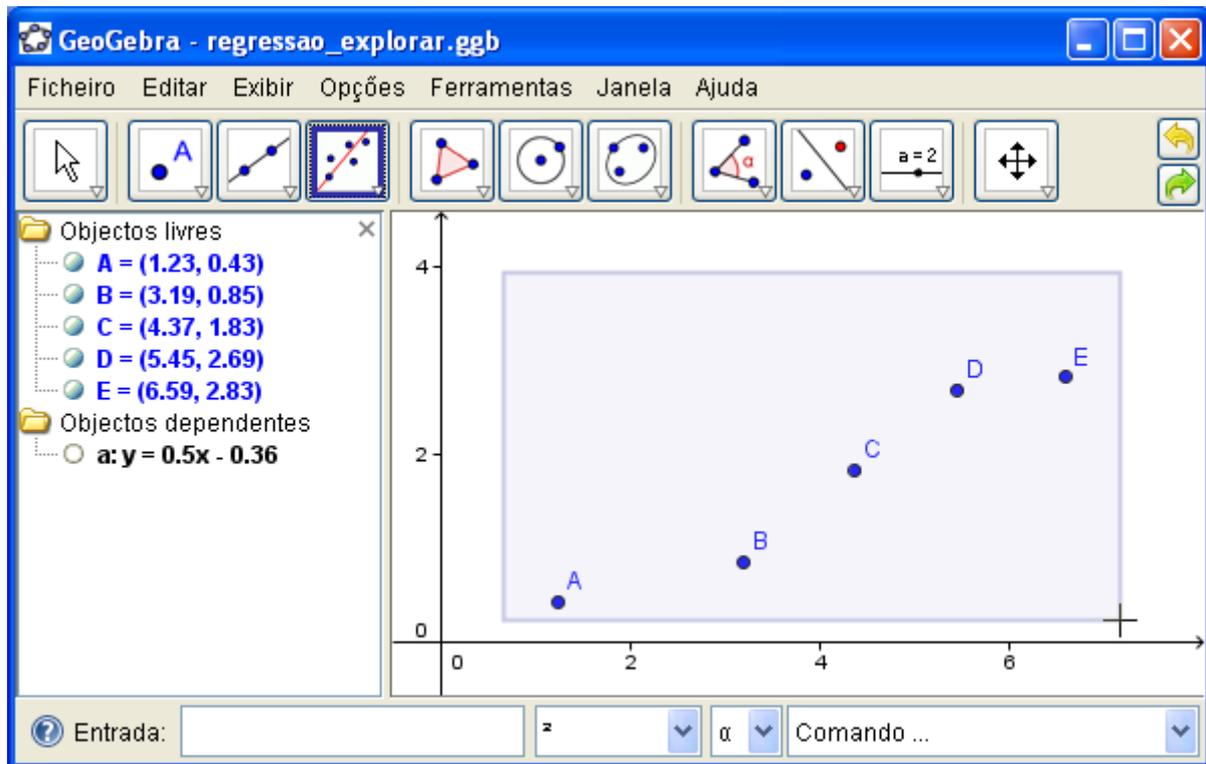
1. Comece por gerar um conjunto de pontos aleatórios, escolhendo a ferramenta “Novo Ponto”



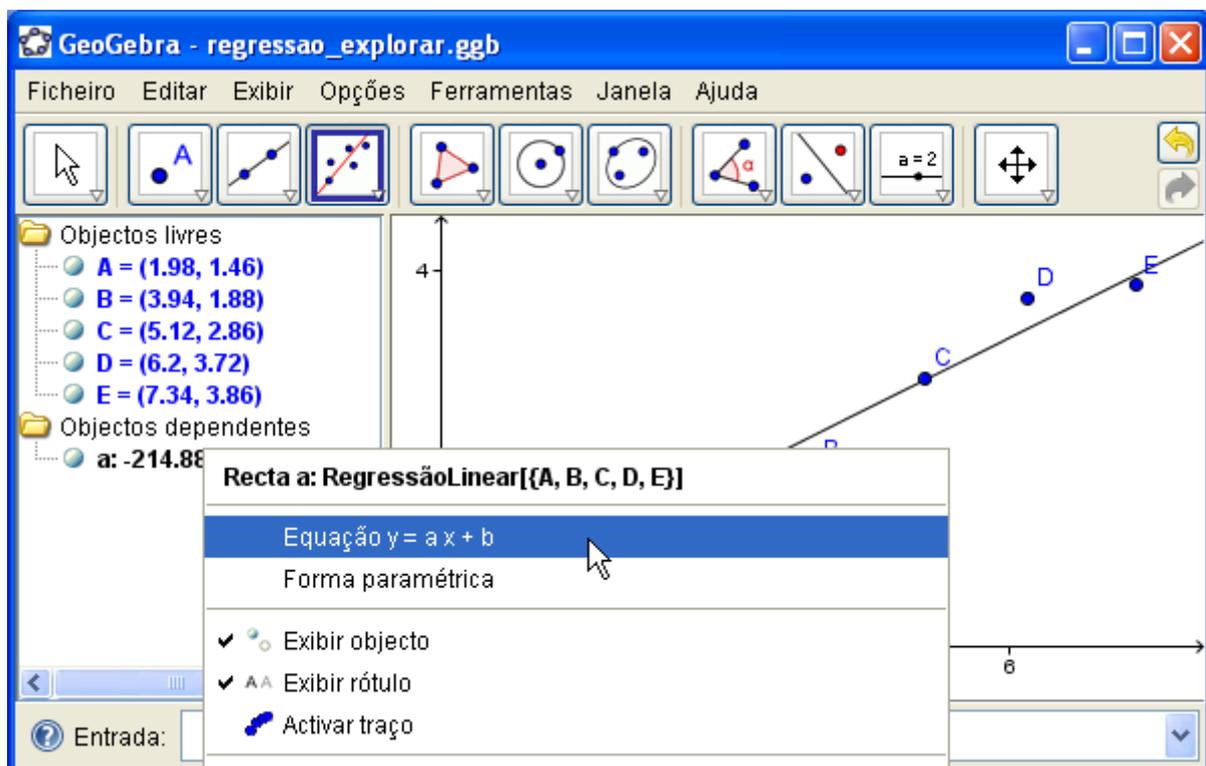
2. Em seguida, escolha a ferramenta “Recta de regressão”



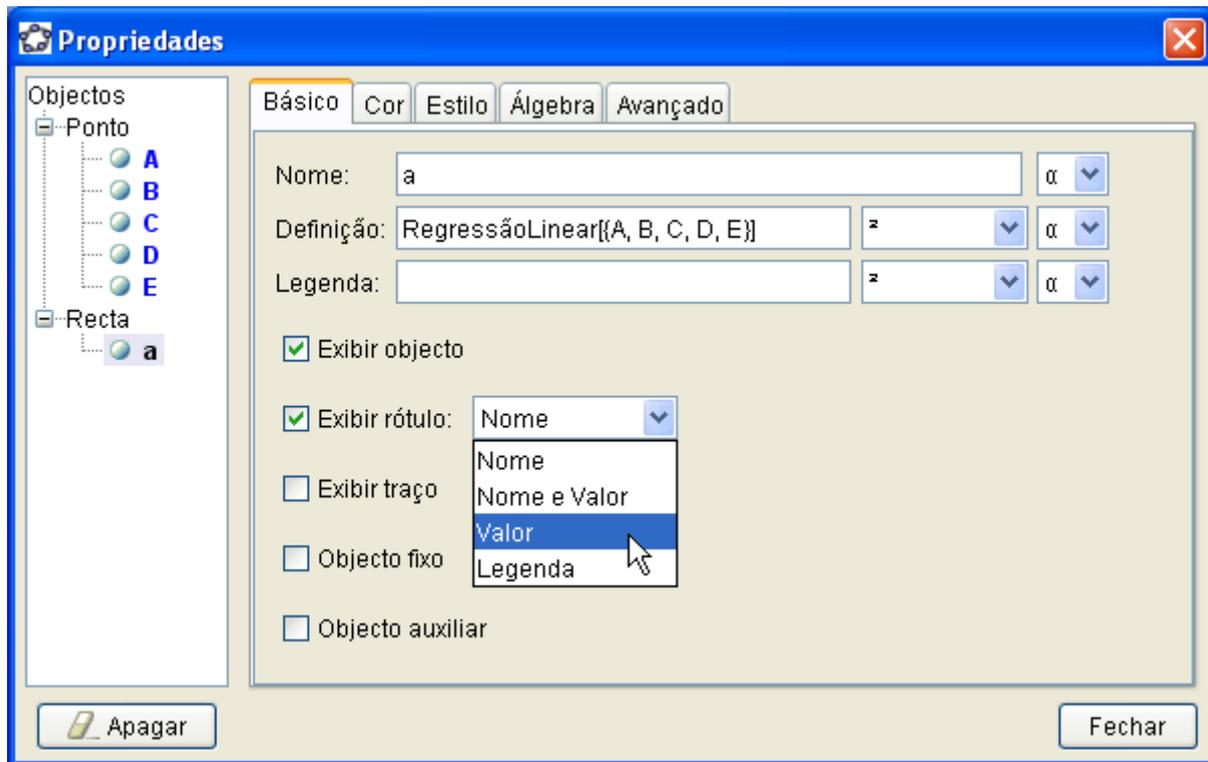
3. Seleccione todos os pontos experimentais. É apresentada a recta que melhor ajusta os pontos.



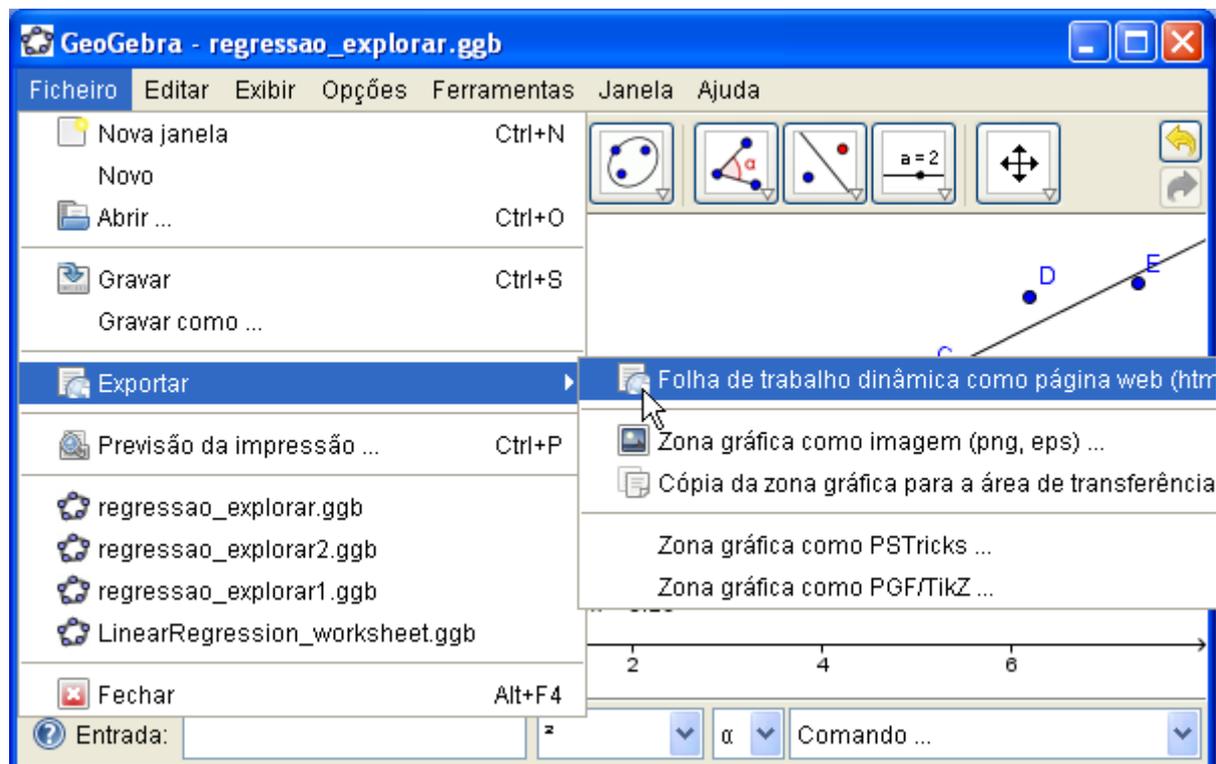
4. Queremos mostrar a equação da recta no gráfico. Para isso, clicamos com o botão direito do rato em cima da recta  $a$  e escolhemos "Equação  $y=ax+b$ ".



5. Depois, voltamos a clicar com o botão direito do rato em cima da recta  $a$  e escolhemos “Propriedades”. Na opção “Exibir Rótulo”, escolhemos “Valor”



6. Vamos agora exportar a actividade como uma página Web para o aluno poder explorar no seu navegador. Escolha “Ficheiro”, “Exportar”, “Folha de trabalho dinâmica”.



7. Na janela de diálogo que surge, vamos preencher diversos dados, nomeadamente os passos que queremos que o aluno siga na realização da actividade. Preencha com dados semelhantes ao da figura seguinte:

Exportar: Folha de trabalho dinâmica (html)

Título: Explorar regressão linear

Autor: CIENCEDUC - Dep. Ciências ISCS-N Data: 30 de Dezembro de 200

Geral Avançado

Texto antes da construção:

O gráfico seguinte apresenta vários pontos experimentais e a recta que melhor ajusta os pontos obtida através de regressão linear. Se clicar com o rato em cima dos pontos poderá arrastá-los.

Folha de trabalho dinâmica  Botão para abrir janela da aplicação com construção

Texto depois da construção:

1. Ao arrastar o ponto E para uma ordenada próxima de zero o efeito sobre a recta que melhor ajusta os pontos é significativo? O devicte da recta que melhor ajusta os pontos diminui ou aumenta nesse caso?

2. Altere a disposição dos pontos experimentais como entender e observe os efeitos sobre a recta que melhor ajusta os pontos.

Exportar Cancelar

8. No separador Avançado vamos alterar o tamanho da janela para 900 x 440. Active também a possibilidade de o aluno deslocar os rótulos dos elementos gráficos.

Exportar: Folha de trabalho dinâmica (html)

Título: Explorar regressão linear

Autor: CIENCEDUC - Dep. Ciências ISCS-N Data: 30 de Dezembro de 200

Geral Avançado

Funcionalidade

Activar a possibilidade de seleccionar com o botão direito do rato

Activar a possibilidade de deslocar os rótulos

Exibir o ícone para refazer a construção

Pode abrir a janela da aplicação, clicando duas vezes na zona gráfica.

Interface do utilizador

Exibir a barra de menus

Exibir a barra de ferramentas

Exibir a ajuda para as ferramentas

Exibir a barra de comandos

Largura: 900 Altura: 440

Java Applet

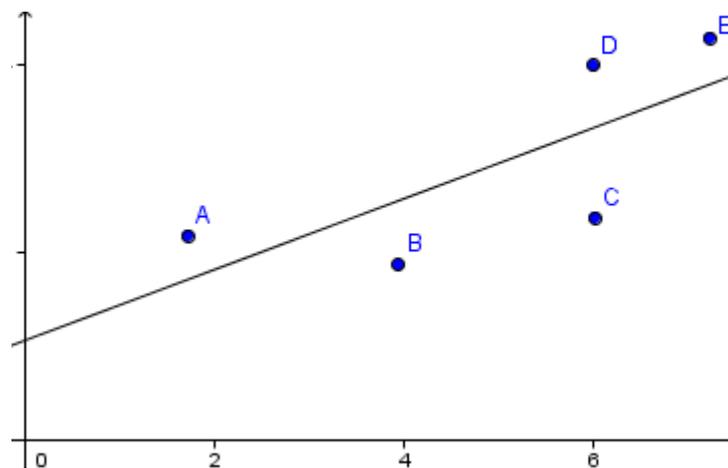
archive = "http://www.geogebra.org/webstart/3.2/geogebra.jar"

Exportar Cancelar

9. Depois de exportar a actividade para uma dada pasta, o seu navegador web deverá entretanto abrir a actividade tal como será vista pelo aluno. Grave também o trabalho até agora feito no ficheiro regressao\_explorar.ggb.

**B), C) e D)**

10. Para melhor podermos visualizar o resultado de etapas posteriores, afaste os pontos da recta usando o rato, no sentido de atingir uma imagem semelhante à seguinte.



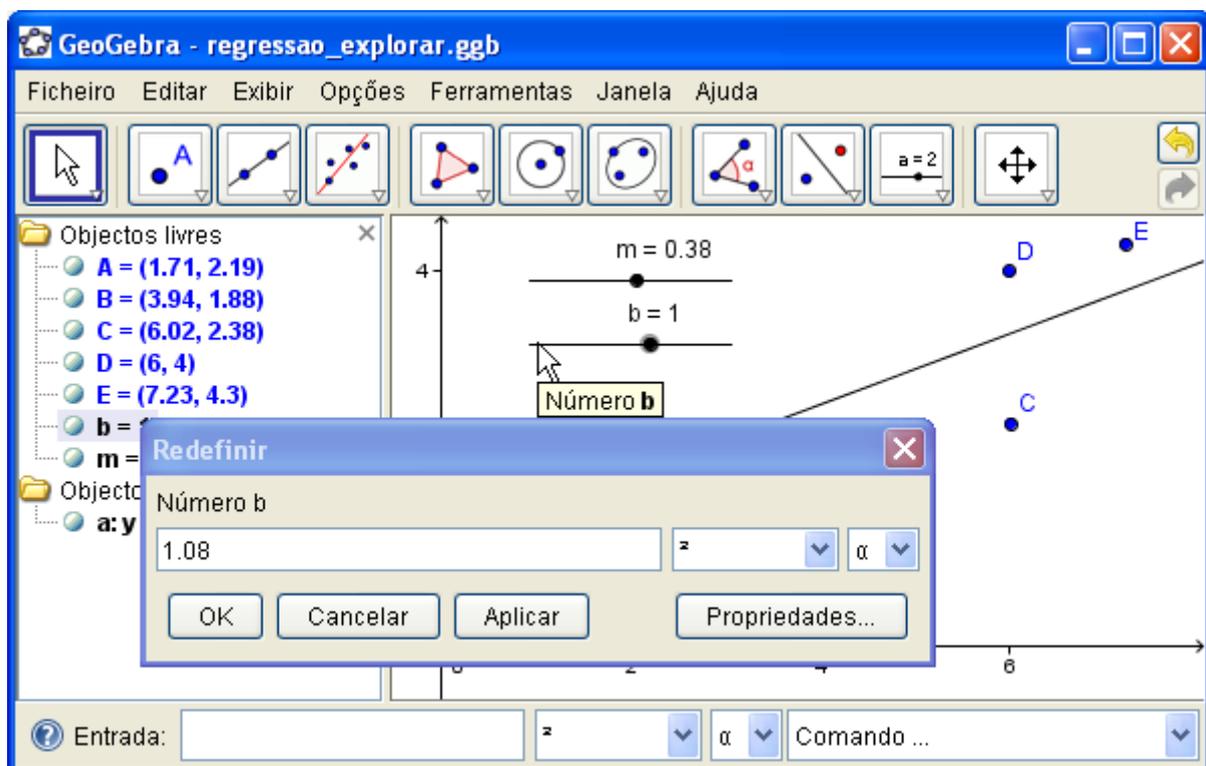
11. Vamos agora criar uma recta cujo declive e ordenada na origem podem ser ajustados pelo aluno. Para isso, vamos adicionar dois controlos. Escolha a opção “Selector” e clique na Zona Gráfica para especificar a zona onde o mesmo ficará colocado.

12. Dê o nome de  $m$  para significar declive e aceite os valores padrão.



13. Repita os dois passos anteriores para criar um selector da ordenada na origem de nome  $b$ , aceitando os valores padrão sugeridos.

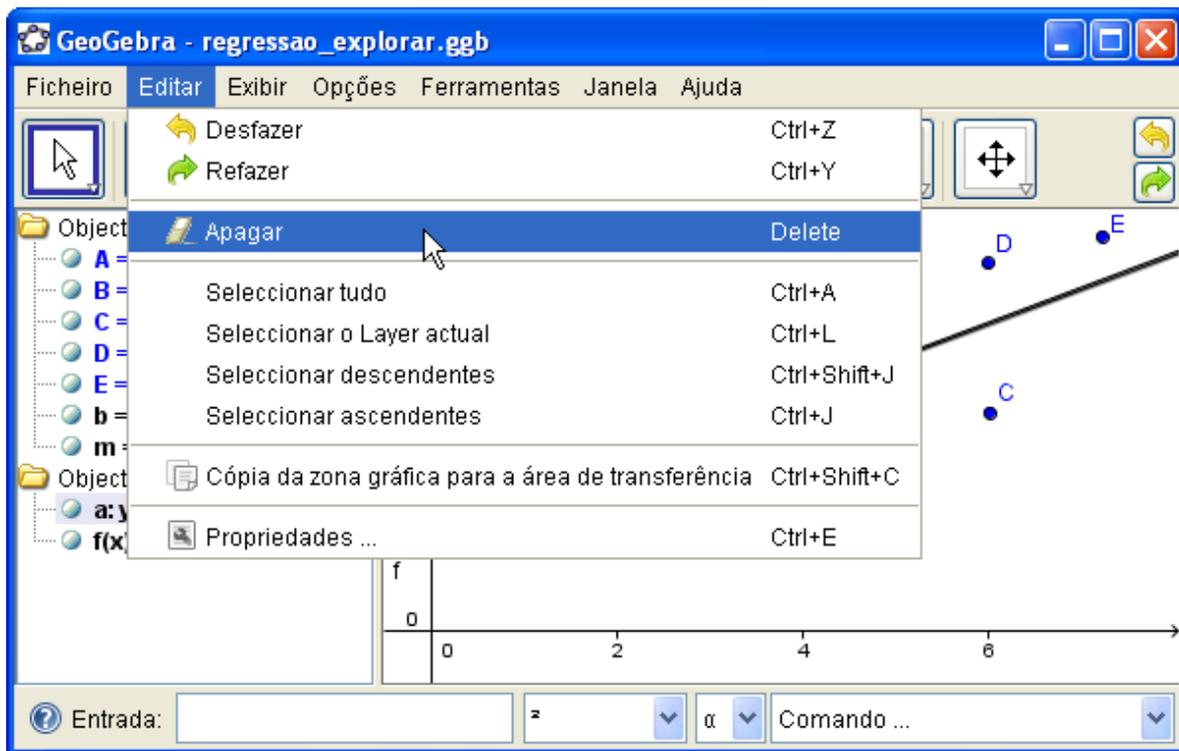
14. Faça duplo-clique sobre os selectores para alterarmos os seus valores actuais. Atribua os valores quer para o declive quer para a ordenada na origem da recta de regressão linear actual.



15. Vamos agora criar uma nova recta à custa de  $m$  e de  $b$ . Para isso, definimos uma função na linha de comandos do Geogebra, semelhante à seguinte:

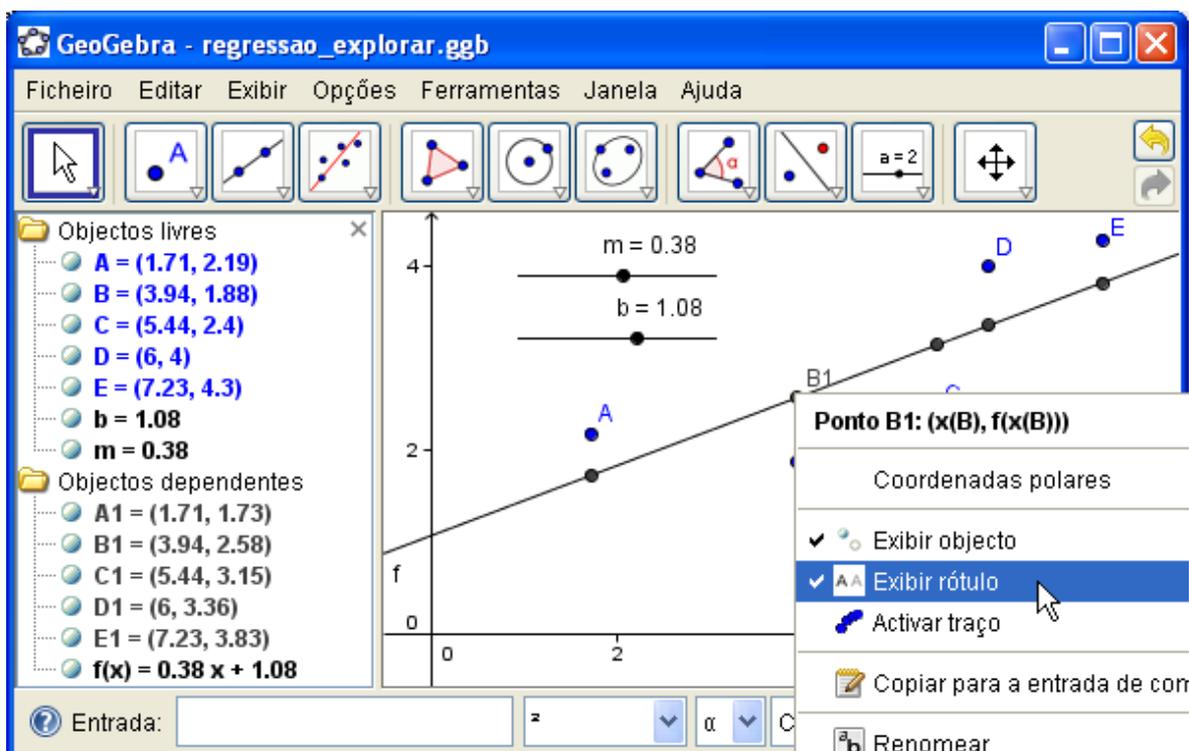


16. Deverá nesta altura ter duas rectas sobrepostas. Selecciona a recta  $a$  e escolha “Apagar”.

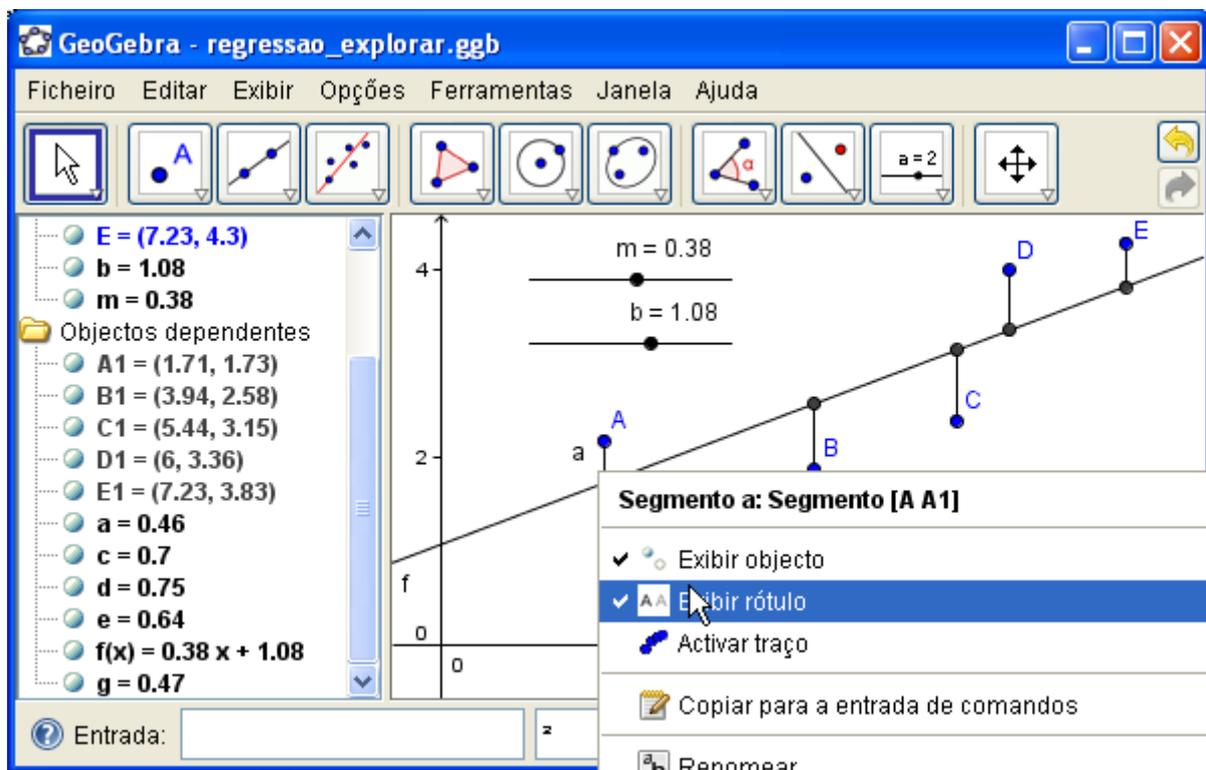


17. Vamos agora criar pontos que pertencem à recta definida pela função  $f(x)$  e que têm a mesma abcissa que os pontos A a E. Para isso, digite na linha de comandos do Geogebra um comando semelhante ao seguinte para cada um dos pontos, ocultando os rótulos em seguida.

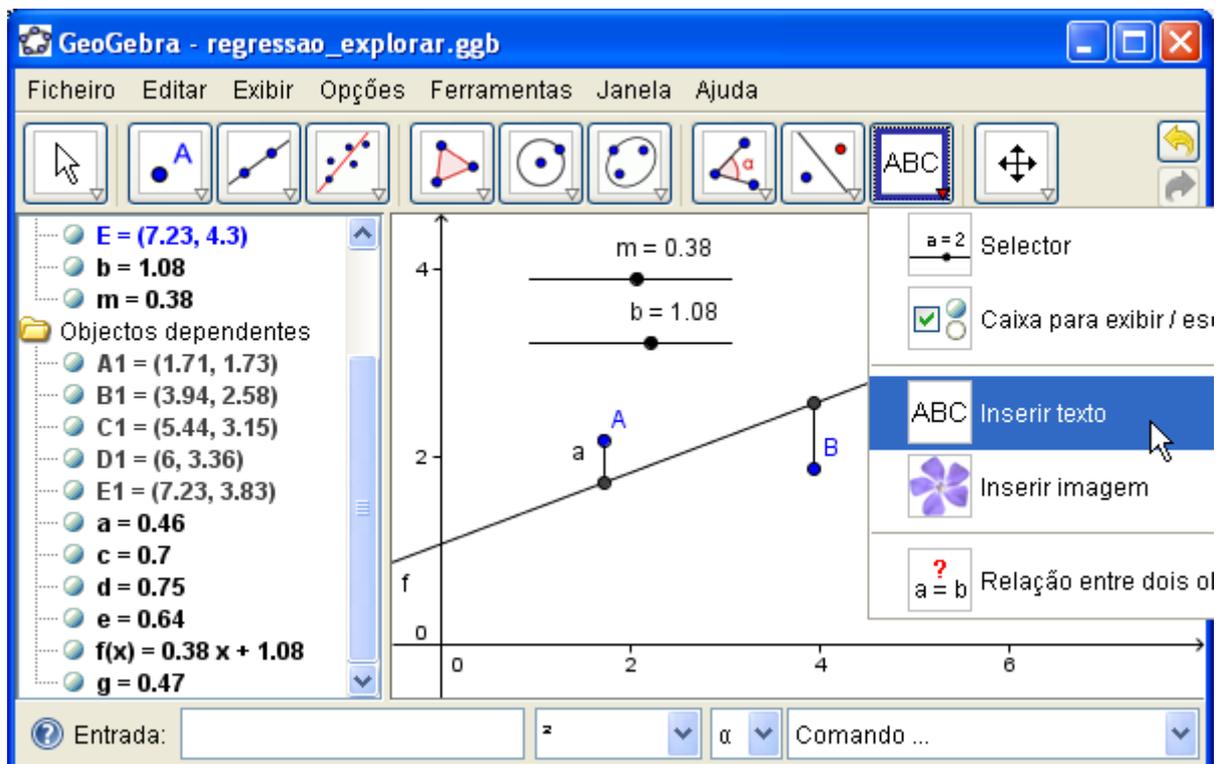
Entrada:  $E1=(x(E),f(x(E)))$



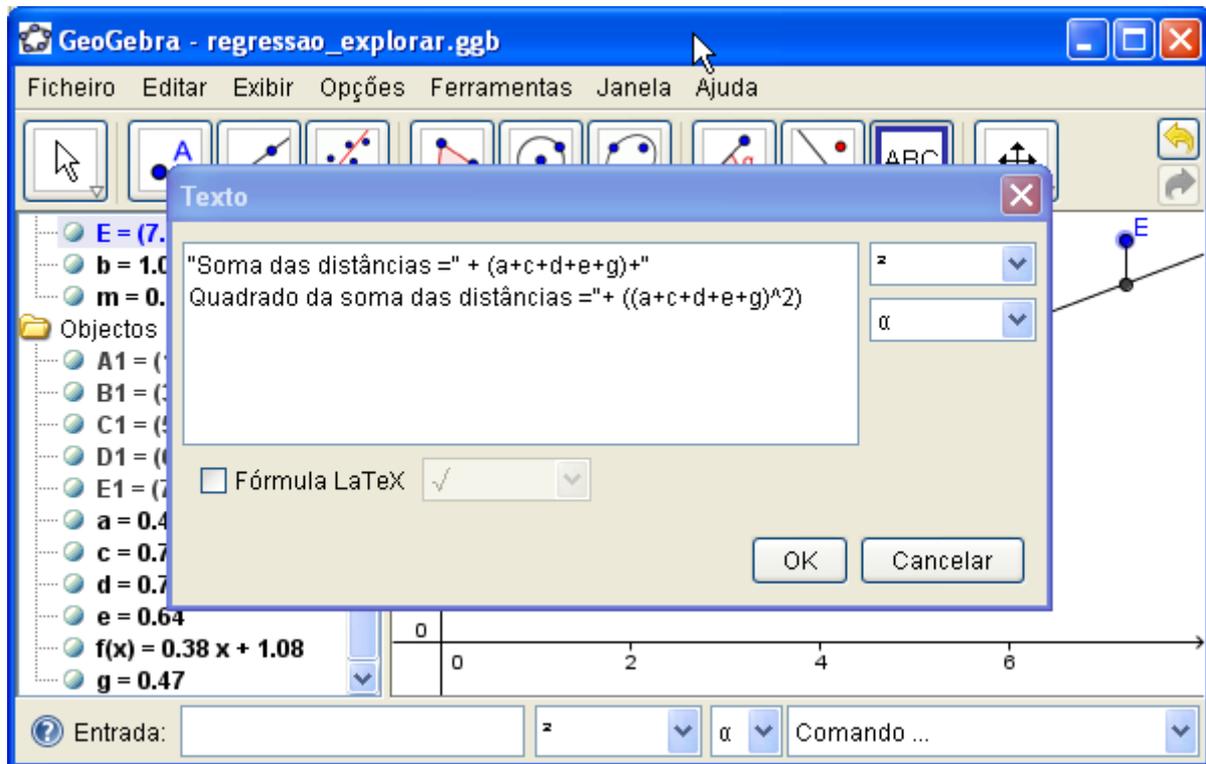
18. Para que o aluno tenha uma percepção das distâncias a serem consideradas na regressão, vamos unir os pontos A a A1, B a B1, ... por segmentos de recta. Escreva na linha de comandos do Geogebra um comando semelhante ao seguinte para cada par de pontos:



19. Neste momento vamos criar texto que apresente ao aluno a soma das distâncias representadas pelos segmentos de recta. Para isso, escolha a opção “Inserir Texto”.



20. Insira agora o texto: “Soma das distâncias =” +  $(a+c+d+e+g)+$   
Quadrado da soma das distâncias =”+  $((a+c+d+e+g)^2)$

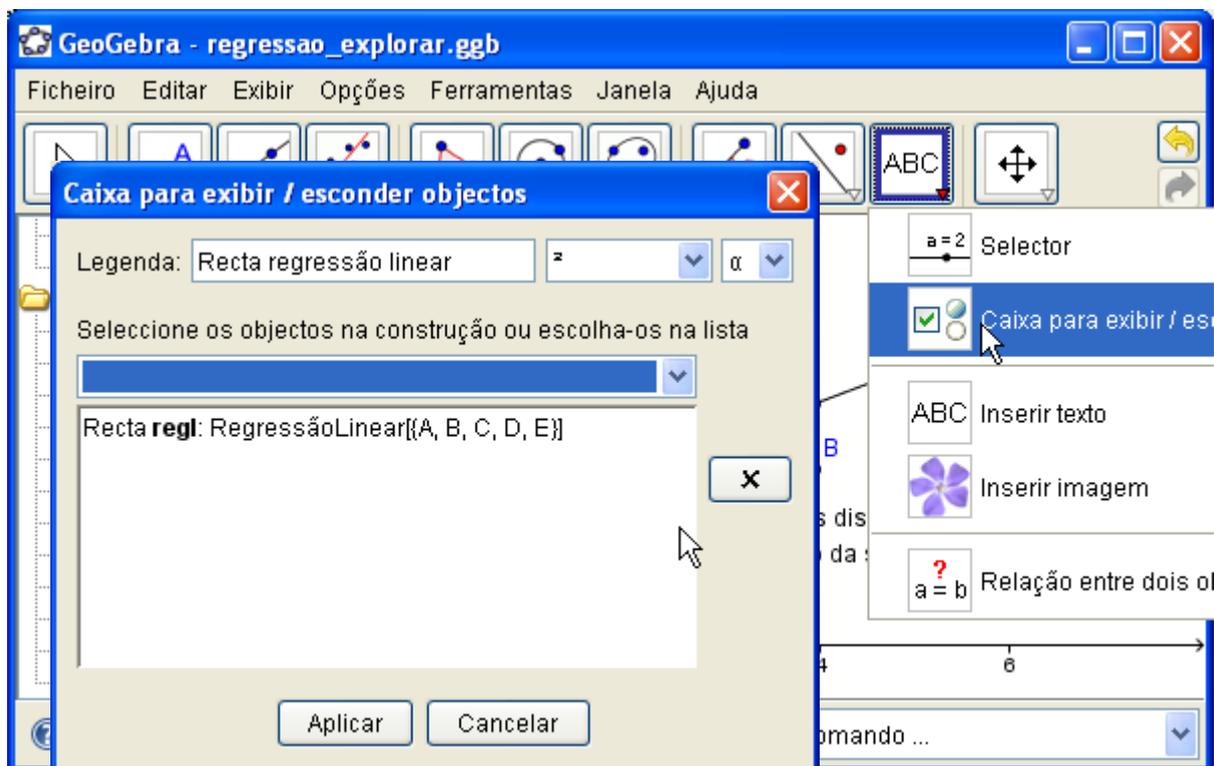


21. Para terminar, vamos dar a possibilidade de ver a recta de regressão ao aluno no último passo da actividade. Volte a criar uma recta obtida por regressão linear, escrevendo na linha de comandos do Geogebra:

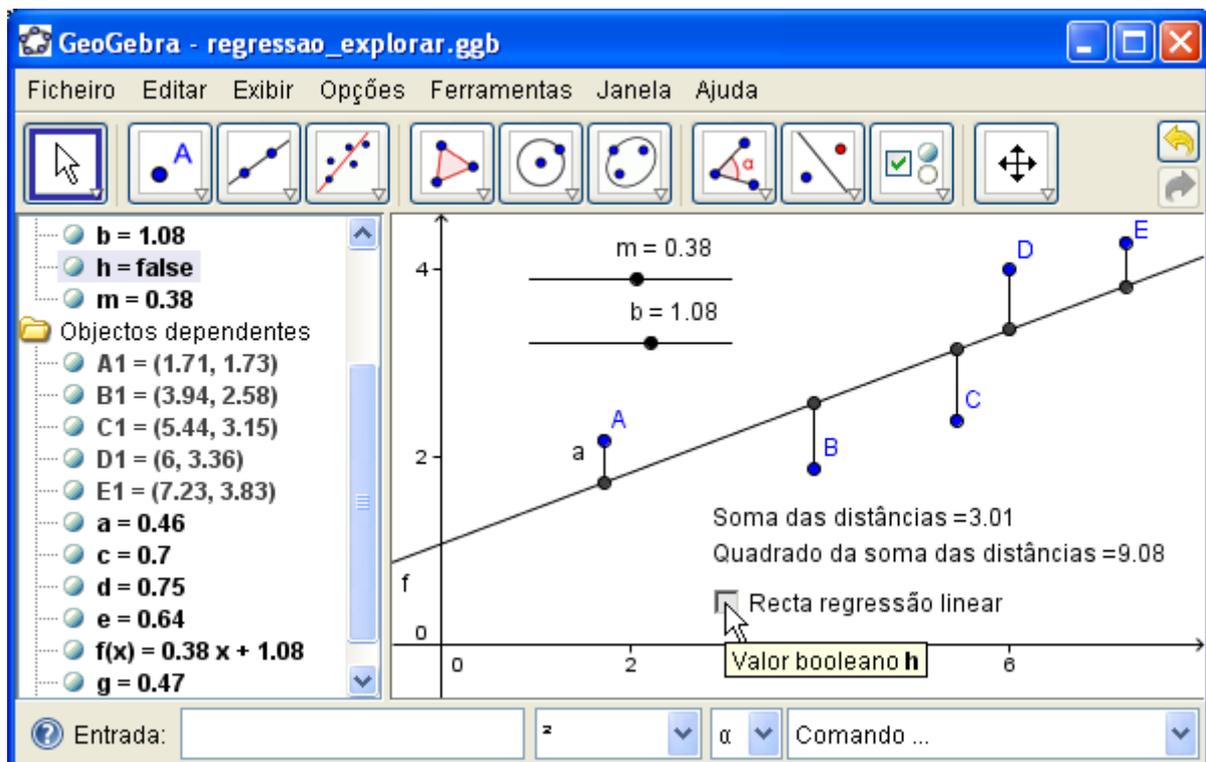
Entrada: **regl: RegressãoLinear[A,B,C,D,E]**

22. Clicando com o botão direito do rato em cima da definição da recta *regl* recém-criada escolha “Equação:  $y=ax+b$ ” e nas propriedades escolha “Exibir Rótulo: Valor”

23. Escolha a opção “Caixa para Exibir/Esconder Objectos”. Clique na zona gráfica desejada para criar a caixa. Escolha na janela que se abre a recta *regl* e defina a legenda.



24. Clique com o botão esquerdo do rato no objecto booleano que acabou de criar e defina-o para não estar activo.



25. Escolha “Exibir” e desactive “Zona Algébrica”. Depois, escolha “Ficheiro → Exportar → Folha de Trabalho Dinâmica” com parâmetros semelhantes aos seguintes:

**Exportar: Folha de trabalho dinâmica (html)**

Título: Explorar regressão linear II  
Autor: CIENCEDUC - Dep. Ciências ISCS-N Data: 30 de Dezembro de 200

Gerar **Avançado**

Texto antes da construção:  
No gráfico seguinte encontra vários pontos e uma recta que procura ajustar o comportamento desses pontos. Poderá usar o rato para deslocar os pontos directamente e os círculos pretos nas barras horizontais para ajustar o valor do declive e da ordenada na origem da recta.

$z$    $\alpha$

Folha de trabalho dinâmica  Botão para abrir janela da aplicação com construção

Texto depois da construção:  
1. Se afastar os pontos D e E da recta a "Soma das distâncias" aumenta ou diminui?  
2. Mantendo os pontos sempre fixos, tente ajustar o declive e a ordenada na origem da recta de forma a encontrar o mínimo do quadrado da soma das distâncias.  
3. Compare o resultado obtido com aquele que obteria por regressão linear activando a opção "Recta Regressão Linear"

$z$    $\alpha$

Exportar Cancelar

**Exportar: Folha de trabalho dinâmica (html)**

Título: Explorar regressão linear II  
Autor: CIENCEDUC - Dep. Ciências ISCS-N Data: 30 de Dezembro de 200

Gerar **Avançado**

**Funcionalidade**

- Activar a possibilidade de seleccionar com o botão direito do rato
- Activar a possibilidade de deslocar os rótulos
- Exibir o ícone para refazer a construção
- Pode abrir a janela da aplicação, clicando duas vezes na zona gráfica.

**Interface do utilizador**

- Exibir a barra de menus
- Exibir a barra de ferramentas
- Exibir a ajuda para as ferramentas
- Exibir a barra de comandos

Largura: 900 Altura: 740

**Java Applet**

- archive = "http://www.geogebra.org/webstart/3.2/geogebra.jar"

Exportar Cancelar

- 
26. Depois de exportar a actividade para uma dada pasta, o seu navegador web deverá entretanto abrir a actividade tal como será vista pelo aluno. Grave também o trabalho até agora feito no ficheiro regressao\_explorar2.gdb.

**FIM**